



电工技术

张　莉　张绪光　主　编








北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

说　明

本书电子版仅提供给高校任课教师使用，如有任课教师需要全本教材浏览或需要本书课件等相关教学资料，请联系北京大学出版社客服，微信手机同号：15600139606，扫下面二维码可直接联系。

由于教材版权所限，仅限任课教师索取，谢谢！



21世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材

电 工 技 术

主　编　张　莉　张绪光
副主编　孙明灿　臧家义
　　　　张　玥　张　玮



内 容 简 介

本书为21世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材，主要内容包括：直流电路的基本概念、基本定律、基本分析方法，一阶线性电路的暂态分析，正弦交流电路，三相交流电路及安全用电，磁路与变压器，电动机，常用低压电器及继电接触器控制系统，常用电工仪表及测量。

本书编写风格新颖，引例恰当，内容翔实，易于学习和掌握。

本书适合作为本科院校工科专业电工技术或电工学相关课程教材，也可用作高职高专相关专业教材，还可作为相应职业技术人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

电工技术/张莉，张绪光主编. —北京：北京大学出版社，2011.2
(21世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材)
ISBN 978-7-301-18493-6

Ⅰ. ①电… Ⅱ. ①张… ②张… Ⅲ. ①电工技术—高等学校—教材 Ⅳ. ①TM

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第011797号

书　　名：电工技术
著作责任者： 张　莉　张绪光　主编
策 划 编 辑： 李　虎
责 任 编 辑： 姜晓楠
标 准 书 号： ISBN 978-7-301-18493-6/TM·0036
出　版　者： 北京大学出版社
地　　址： 北京市海淀区成府路205号　100871
网　　址： http://www.pup.cn　http://www.pup6.cn
电　　话： 邮购部62752015　发行部62750672　编辑部62750667　出版部62754962
电 子 邮 箱： pup_6@163.com
印　刷　者：
发　行　者： 北京大学出版社
经　销　者： 新华书店
787毫米×1092毫米　16开本　14.25印张　326千字
2011年2月第1版　2012年5月第2次印刷
定　　价： 26.00元

前　　言

电工技术课程是高等院校工科非电类专业的一门重要的基础课程。目前，电工技术应用领域十分广泛，学科发展非常迅速，并且逐渐渗透到其他相关的学科领域，在我国当前经济建设中占有重要地位。

电工技术知识覆盖面广，理论深厚，逻辑严密，有广阔的工程背景，实用性强。它的主要任务是为读者学习专业知识和从事工程技术工作打好理论及实践的基础，并使读者受到相关基本技能训练，为学习后续课程和将来从事相关工作奠定基础。然而，传统的电工技术教材所涉及的数学知识和物理理论过多，教材内容追求多而全，专业针对性差，部分理论知识抽象、难度大，不好掌握，对读者学习本门课程的积极性、综合应用能力和创新意识的培养造成了一定消极的影响。考虑到高等教育从精英教育快速向大众化教育转变，以及培养创新型、应用型人才的需要，高等院校电工技术课程改革已成为必然趋势。因此，我们结合多年的教学实践，在总结和借鉴同类教材优点的基础上编写了本书。

本书在每章中设置了“教学目标与要求”、“引例”、“特别提示”、“知识链接”、“小结”、“习题”等结构，力求集“知识性、先进性、实用性和趣味性”于一体，尽可能地减少繁琐而枯燥的公式推导，注重引导和启发读者理解和掌握电工技术的基本概念、基本理论和基本分析方法，注重培养读者的工程实践应用能力，尽可能地作到好懂易学。

本书具有如下特点。

(1) 好懂易学，读者易于理解和掌握。

(2) 引例具有趣味性和针对性，能够激发读者的阅读兴趣。

(3) 明确教学目标，易于教师引导和教学。

(4) 配套具有实用性和趣味性的习题，易于培养读者的工程实践能力和创新能力。

(5) 为便于教师使用，本书配有完整的、系统的教学大纲及课件等教辅材料(读者如果需要相关参考资料，请登录 http：//www.pup6.com 下载)。

本书由山东轻工业学院张莉、张绪光任主编，由孙明灿，臧家义，张玥，张玮任副主编。具体编写人员及章节分工如下：张莉编写了第 5 章，张绪光编写了第 9 章，张玥编写了第 1、2 章，张玮编写了第 3 章，孙明灿编写了第 4、8 章，臧家义编写了第 6、7 章。全书由张莉、张绪光审核定稿。

在本书的编写过程中，编者得到了北京大学出版社的专家和老师们的大力支持和帮助，我们在此表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，恳请广大读者批评指正。

编　　者

2010 年 10 月

目　　录

第 1 章　电路的基本概念与基本定律 …… 1

1.1　电路的组成和作用 …… 2
1.2　电路中的基本物理量及电流、电压的参考方向 …… 3
1.2.1　电流 …… 3
1.2.2　电压 …… 4
1.2.3　关联参考方向 …… 4
1.2.4　电功率和电能 …… 5
1.3　理想电路元件 …… 5
1.3.1　理想无源元件 …… 6
1.3.2　理想有源元件 …… 7
1.4　电路的状态及电气设备的额定值 …… 9
1.5　基尔霍夫定律 …… 10
1.5.1　基尔霍夫电流定律 …… 11
1.5.2　基尔霍夫电压定律 …… 12
1.6　电位的概念及其计算 …… 15
*1.7　受控源 …… 16
小结 …… 17
习题 …… 18

第 2 章　直流电路的基本分析方法 …… 21

2.1　支路电流法 …… 22
2.2　叠加定理 …… 24
2.3　电压源、电流源的等效变换 …… 28
2.3.1　理想电压源串联的等效变换 …… 28
2.3.2　理想电流源并联的等效变换 …… 29
2.3.3　理想电压源与理想电流源串联的等效变换 …… 29
2.3.4　理想电压源与理想电流源并联的等效变换 …… 30
2.3.5　实际电压源与实际电流源的等效变换 …… 30
2.4　等效电源定理 …… 33
2.4.1　戴维宁定理 …… 33
2.4.2　诺顿定理 …… 35
小结 …… 38
习题 …… 39

第 3 章　一阶线性电路的暂态分析 …… 42

3.1　储能元件 …… 42
3.1.1　电容元件 …… 43
3.1.2　电感元件 …… 45
3.2　换路与换路定律 …… 46
3.3　*RC* 电路的响应 …… 47
3.3.1　*RC* 电路的零输入响应 …… 47
3.3.2　*RC* 电路的零状态响应 …… 49
3.3.3　*RC* 电路的全响应 …… 50
3.4　*RL* 电路的响应 …… 51
3.4.1　*RL* 电路的零输入响应 …… 51
3.4.2　*RL* 电路的零状态响应 …… 53
3.4.3　*RL* 电路的全响应 …… 53
3.5　一阶线性电路暂态分析的三要素法 …… 54
*3.6　微分电路与积分电路 …… 56
3.6.1　矩形脉冲激励 …… 56
3.6.2　微分电路 …… 56
3.6.3　积分电路 …… 57
3.7　应用实例 …… 58
3.7.1　照相闪光灯装置 …… 58
3.7.2　汽车点火电路 …… 59
小结 …… 59
习题 …… 60

第 4 章　正弦交流电路 …… 64

4.1　正弦交流电路的基本概念 …… 65
4.1.1　交流电的周期、频率和角频率 …… 65

4.1.2 交流电的瞬时值、最大值和有效值 …… 65
4.1.3 交流电的相位、初相位和相位差 …… 66
4.2 正弦量的相量表示法 …… 66
4.2.1 相量的由来 …… 67
4.2.2 复数 …… 67
4.2.3 正弦量的相量表示法 …… 69
4.3 单一参数的交流电路 …… 70
4.3.1 纯电阻电路 …… 70
4.3.2 纯电感电路 …… 72
4.3.3 纯电容电路 …… 73
4.4 电阻、电感和电容串联的交流电路 …… 75
4.5 阻抗的串联与并联 …… 79
4.5.1 阻抗的串联 …… 79
4.5.2 阻抗的并联 …… 79
4.6 交流电路的功率及功率因数 …… 81
4.7 交流电路的频率特性 …… 85
4.7.1 *RC* 电路的选频特性 …… 85
4.7.2 谐振电路 …… 89
4.8 交流电路应用实例 …… 92
4.8.1 荧光灯电路 …… 92
4.8.2 收音机的调谐电路 …… 92
小结 …… 93
习题 …… 95

第 5 章 三相交流电路及安全用电 … 101

5.1 三相对称电源 …… 101
5.1.1 三相对称电源的产生 … 102
5.1.2 电源的星形连接 …… 103
5.1.3 电源的三角形连接 …… 104
5.2 三相负载 …… 105
5.2.1 负载的星形连接 …… 105
5.2.2 负载的三角形连接 …… 110
5.3 三相电路的功率 …… 111
5.3.1 三相有功功率 …… 111
5.3.2 三相无功功率和视在功率 …… 112
5.4 电力系统 …… 115
5.4.1 电力系统的组成 …… 115
5.4.2 高压配电系统 …… 117
5.4.3 低压配电系统 …… 120
5.5 安全用电 …… 127
5.5.1 电流对人体的危害及有关概念 …… 127
5.5.2 安全防护措施 …… 131
5.6 三相电路应用实例 …… 136
小结 …… 137
习题 …… 139

第 6 章 磁路与变压器 …… 143

6.1 磁场与磁路 …… 143
6.1.1 磁场的基本物理量 …… 143
6.1.2 磁性物质的磁性能 …… 145
6.1.3 磁路欧姆定律 …… 146
6.2 变压器 …… 147
6.2.1 变压器的构造 …… 147
6.2.2 变压器的工作原理 …… 148
6.2.3 变压器的功率损耗及效率 …… 150
6.3 变压器绕组的同名端 …… 151
6.3.1 变压器绕组的极性 …… 151
6.3.2 多绕组变压器 …… 152
6.4 特殊变压器 …… 153
6.4.1 自耦变压器 …… 153
6.4.2 仪用互感器 …… 153
6.5 变压器应用实例 …… 154
6.5.1 变压器在电力系统中的应用 …… 155
6.5.2 变压器在电子电路中的应用 …… 155
小结 …… 155
习题 …… 157

第 7 章 电动机 …… 159

7.1 概述 …… 159
7.2 三相异步电动机的结构 …… 160
7.2.1 定子 …… 160
7.2.2 转子 …… 161



7.3 三相异步电动机的转动原理 …… 162
7.3.1 旋转磁场 ……………… 162
7.3.2 电动机的工作原理 …… 164
7.3.3 转差率 ……………… 165
7.4 三相异步电动机的机械特性 …… 165
7.4.1 电磁转矩 ……………… 165
7.4.2 机械特性曲线 ………… 166
7.5 三相异步电动机的起动 ……… 168
7.5.1 直接起动 ……………… 168
7.5.2 降压起动 ……………… 169
7.5.3 转子串接电阻起动 …… 170
7.6 三相异步电动机的调速 ……… 171
7.6.1 变频调速 ……………… 171
7.6.2 变极调速 ……………… 171
7.6.3 变转差调速 …………… 172
7.7 三相异步电动机的反转与制动 ……………………… 172
7.7.1 三相异步电动机的反转 ……………… 172
7.7.2 三相异步电动机的制动 ……………… 173
7.8 三相异步电动机的铭牌数据 …… 174
7.9 单相异步电动机 ……………… 176
7.9.1 电容分相式异步电动机 ……………… 176
7.9.2 罩极式单相异步电动机 ……………… 177
7.10 异步电动机应用实例 ……… 177
7.10.1 摇臂钻床的结构 ……… 177
7.10.2 电动机在摇臂钻床的应用 ……………… 178
小结 ……………………………… 178
习题 ……………………………… 179

第 8 章 常用低压电器及继电接触器控制系统 ……………… 182

8.1 常用低压电器 ……………… 182
8.1.1 手动开关 ……………… 183
8.1.2 按钮 …………………… 184
8.1.3 交流接触器 …………… 185
8.1.4 继电器 ………………… 186
8.1.5 熔断器 ………………… 189
8.1.6 自动开关 ……………… 190
8.2 鼠笼式异步电动机的直接起动控制 ……………………… 190
8.3 鼠笼式异步电动机的正反转控制 ……………………… 192
8.4 鼠笼式异步电动机的联锁控制 ……………………… 193
8.5 行程(限位)控制 ……………… 194
8.6 时间控制 ……………………… 195
8.7 控制电路应用实例 …………… 196
小结 ……………………………… 197
习题 ……………………………… 199

第 9 章 常用电工仪表及测量 ……… 201

9.1 测量误差的表示方法 ………… 201
9.1.1 绝对误差 ……………… 202
9.1.2 相对误差 ……………… 202
9.2 万用表 ……………………… 203
9.2.1 常用万用表的种类 …… 204
9.2.2 万用表的工作原理 …… 204
9.2.3 万用表的使用方法 …… 206
9.3 功率的测量 ………………… 207
9.3.1 功率表的基本构成 …… 207
9.3.2 单相功率的测量 ……… 207
9.3.3 三相功率的测量 ……… 208
9.4 兆欧表 ……………………… 209
9.4.1 常用兆欧表的种类 …… 209
9.4.2 兆欧表的工作原理 …… 210
9.4.3 兆欧表的使用方法 …… 211
9.5 钳形电流表 ………………… 212
9.5.1 钳形电流表的工作原理 ……………… 212
9.5.2 钳形电流表的使用方法 ……………… 213
小结 ……………………………… 213
习题 ……………………………… 214

参考文献 ………………………… 216

第1章

电路的基本概念与基本定律

本章是电工学课程的重要理论基础，不仅介绍的基本概念和基本定律适用于直流电路，而且也适用于或稍加扩展后适用于交流电路。本章着重讨论电流和电压的参考方向、理想电路元件的特点和基尔霍夫定律等内容。



教学目标与要求

- 了解电路的作用及其主要组成部分的功能。
- 熟练掌握电流和电压参考方向的概念，了解电路的三种状态，理解额定值的意义。
- 掌握理想电压源和理想电流源的特点。
- 熟练掌握欧姆定律和基尔霍夫定律，能将基尔霍夫定律和各元件自身的电压电流约束关系结合起来，求解简单电路。



引例

随着社会经济的发展，工农业生产中用电设备的数量不断增加，用电过程中经常会出现各种故障或不正常运行状态，例如电源开关的莫名跳闸、电源接通后某些用电设备不能正常工作或出现漏电的情况。故障究竟出现在哪儿？如何查找呢？最有效的办法是画出实际电路(图 1.0 为一个简单的实用电路)的模型(电路图)，然后根据电路模型进行排查。通过本章的学习，读者可以掌握如何绘出电路模型以及简单电路的分析方法。

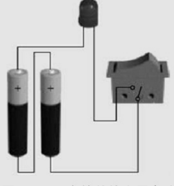


图 1.0　一个简单的实用电路

1.1 电路的组成和作用

电流的通路称为电路。它由电源、电阻器、电容器、电感器、变压器、电子管、半导体管等元器件按照一定的方式组成。电路可以分为供给电能的电源、取用电能的负载和中间环节三个部分。

电路的结构形式各种各样，归纳起来，电路主要有两方面的作用：①实现电能的传输和转换；②将非电量转化为电信号，对电信号进行传递和处理。

图 1.1 是一个手电筒电路，干电池将化学能转化为电能，通过导线传输到灯，电热效应使灯丝加热，然后发光，电能转化为热能和光能。干电池为电源，灯为负载，导线和开关为中间环节。此电路实现了电能的传输与转换。电能转换的例子还有很多，在发电厂内可以把热能、水能或核能转换为电能，再通过输电线输送给用户。

对着话筒说话或唱歌时，连接在金属膜片上的线圈随着声波一起振动，如图 1.2 所示，线圈在永久磁铁的磁场里振动，线圈中产生感应电流，完成了从声音信号到电信号的转化。线圈振动时感应电流的大小和方向都改变，变化的振幅和频率由声波决定。话筒将声音信号转换为相应的电压或电流，然后通过放大电路将电信号放大，再传递给扬声器，将电压、电流信号转换为声音。此电路的作用是对信号进行了传递和处理。

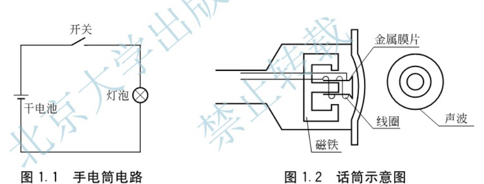


图 1.1　手电筒电路　　　　图 1.2　话筒示意图

热电偶测温电路的作用也是信号传递和处理。热电偶在工业测温中应用非常广泛，可以直接测量各种生产过程中－40～＋1 800℃的液体、蒸气和气体介质以及固体的表面温度。

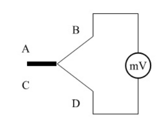


图 1.3　热电偶测温电路

如图 1.3 所示，AB 与 CD 是两种不同的金属导体，A 端与 C 端焊接在一起，作为测温端。不同金属内含有自由电子密度不同。当 A 端与 C 端温度同时升高，电子就从密度大的金属导体迁移至密度小的金属导体中，B、D 两端就产生了电位差，通过导线传递到标尺刻有温度的毫伏表，指示出被测物体的温度值。电压大小只与热电偶导体材质及测温端温度有关，且电压随着测量温度的升高而增加。

这类电路也有传输和转换电能的作用，如热电偶将热能转换为电能，但数值很小，主要作用是传递和处理信息。

1.2 电路的基本物理量及其参考方向

电路中的基本物理量有电流、电压、电功率和电能。其中，电流和电压既有大小又有方向。并且电流和电压的方向具有实际方向和参考方向之分。

1.2.1 电流

电荷做有规则的定向运动形成了电流。为了衡量电流的大小，把单位时间内通过导体横截面的电荷量定义为电流，用符号 i 表示。电流也就是电荷对时间的变化率，即

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{1-1}$$

在国际单位制中，电流的单位是安培用 A 表示。1A 的电流表示在 1s 的时间内，通过导体某一横截面的电荷量是 1C。

大小和方向都不随时间变化的电流称为直流电流，直流电流用大写字母 I 表示；随时间变化的电流用小写字母 i 表示。

习惯上规定正电荷定向移动的方向为电流的实际方向。电流的方向通常用一箭头表示。在一个复杂的直流电路中，常常难以判定电流的实际方向，在交流电路中，电流的方向随时间而改变，不能用一个固定的箭头来表示它的方向。因此，需引入参考方向的概念。

在计算和分析电路时，常任意选定一个方向作为电流的参考方向。如图 1.4 所示，图中长方块表示电路元件，如果电流的参考方向与实际方向相同，电流为正值；反之，当电流的参考方向与实际方向相反时，电流为负值。

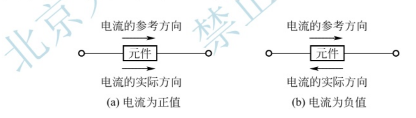


图 1.4 电流的参考方向

在求解电路电流时，首先任意假定一个参考方向，在图上用箭头表示出来，根据假定的参考方向进行计算。计算结果如果为正值，则表明假定的参考方向与实际电流方向一致；反之，如果计算结果为负值，则表明假定的电流参考方向与实际电流方向相反。

电路图上所标的电流方向，如果没有特别说明，则一般指的是参考方向。



特别提示

在没有规定参考方向的情况下，电流的正负没有意义。

【例 1-1】 在如图 1.5 所示的电阻 R_1、R_2 和 R_3 中，其电流 I_1、I_2、I_3的参考方向如图中箭头所示。如果 $I_1=4\text{A}$，$I_2=-3\text{A}$，$I_3=1\text{A}$，试判断三个电流的大小和实际方向。

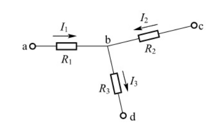


图 1.5　例 1-1 的图

【解】 $I_1=4A$ 表示电阻 R_1 中有 4A 的电流通过，电流的实际方向由 a 端流向 b 端，即电流的实际方向与参考方向相同。

$I_2=-3A$ 表示电阻 R_2 中有 3A 的电流通过，电流数值为负，表明该段电路中电流的实际方向与箭头所标示的参考方向相反，即电流的实际方向由 b 端流向 c 端。

$I_3=1A$ 表示电阻 R_3 中有 1A 的电流通过，电流的实际方向由 b 端流向 d 端。

1.2.2　电压

电场力把单位正电荷从 a 点移到 b 点所做的功在数值上就是 a 点到 b 点的电压。它的定义为

$$u_{ab}=\frac{w_{ab}}{q} \tag{1-2}$$

在国际单位制中，电压的单位为伏［特］，用 V 表示。若两点间的电压为 1V，表示电场力将 1C 的正电荷从一点移动到另一点做了 1J 的功。

电压实际方向的规定：在电场力的作用下，正电荷移动的方向是电压的实际方向，或者说电压的实际方向是从高电位（正极）指向低电位（负极）。与电流一样，有时电压的实际方向不易判断或随时改变。可以任选一点的极性为正，另一点的极性为负，作为电压的参考极性，从正极指向负极的方向为电压的参考方向，如图 1.6 所示。也可用双下标表示电压参考方向，如 u_{ab} 表示参考方向为 a 点指向 b 点。如果电压的参考方向与电压的实际方向相同，则电压为正值；如果电压的参考方向与电压的实际方向相反，则电压为负值。

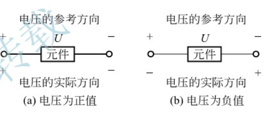


图 1.6　电压的参考方向

1.2.3　关联参考方向

原则上电压和电流的参考方向可以任意假定，如果流过负载元件电流的参考方向是由标以电压正极性的一端指向负极性的一端，则把电流和电压的这种参考方向称为负载的关联参考方向，若电压和电流的上述参考方向与实际的电压和电流的参考方向相同，此元件为负载，反之此元件为电源。因此对电源元件，电流的参考方向是从电压参考方向的低电位端流入，高电位端流出，称为电源的关联参考方向。如图 1.7 所示。

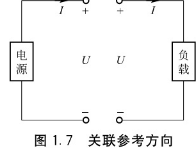


图 1.7　关联参考方向



特别提示

在计算和分析电路时，一般将电源或负载元件的电压或电流的参考方向取为关联参考方向。

1.2.4 电功率和电能

电功率定义为单位时间内所完成的功。当电压与电流取关联参考方向时，电路元件所吸收的电功率与电压、电流的关系为

$$p=ui \tag{1-3}$$

电功率的单位为瓦特，用 W 表示。在时间间隔 t_0 到 t 内，传递到某元件的电能可用在 t_0 到 t 时间内对该元件所吸收的功率进行积分求得

$$w(t)-w(t_0)=\int_{t_0}^{t} p\mathrm{d}\tau \tag{1-4}$$

在图 1.7 所示的关联参考方向下，如果电功率 $P>0$，则负载为吸收功率，电源为输出功率；如果电功率 $P<0$，则电源为吸收功率，此时电源起负载的作用。在非关联参考方向下，则反之。

电路元件输出功率时，它起电源的作用；电路元件吸收功率时，它起负载的作用。给手持式移动电话机(以下简称手机)电池充电就是吸收电功率的常见例子，这时的手机电池不是输出电功率，而是吸收电功率。



特别提示

- 在计算和分析电路时，第一步就是给定各变量的参考方向，因为任何电路方程只有在各变量具有完全确切参考方向的条件下，才能正确列出。如果需要知道实际方向，则可将计算结果对照参考方向，了解变量的实际方向和极性。
- 在判断电源元件起电源作用还是起负载作用时，可根据电压和电流的实际方向判断，如果电源元件实际电压和电流的方向符合关联参考方向，则起电源作用；如果电源元件实际电压和电流的方向为非关联参考方向，则起负载作用。

1.3 理想元件

实际电路是由一些实际电路元件或器件组成。他们在电路中具有不同的作用。实际电路元件或器件往往具有两种或两种以上的电磁性质。理想电路元件是实际电路元件的理想化模型，具有唯一的电磁性质。

例如电感线圈肯定有一点电阻，因而它既有储存和释放磁场能量的性质，又兼有电阻耗能的性质。若将电感线圈的电阻忽略不计，则可将电感线圈理想化为电感元件。

同理，电阻器的主要特性是把电能转换为热能，由于导体通过电流时必定产生磁场，电阻器除了发热以外不可避免地要把少量能量储存在磁场中，通常情况下，这种储能作用很弱，若忽略不计，则可认为电阻器是一单纯的电阻元件。

由于理想元件性质单纯，用数学公式可精确描述它的性质，可用数学方法来分析计算电路。实际中有时难以用单一的理想元件来代替，可以由几种理想元件串、并联后的电路模型来模拟，电路模型的构成和复杂程度取决于对分析精度的要求。

理想电路元件分为理想无源元件与理想有源元件。

1.3.1 理想无源元件

理想无源元件包括电阻元件、电容元件和电感元件三种。其中，电阻元件是耗能元件，电感元件和电容元件是储能元件。即电阻元件表示电路中消耗电能的元件，电灯、电炉、电阻器等实际器件，可用电阻元件作模型；电感元件具有储存和释放磁场能量的性质，各种电感线圈可用电感元件作模型；电容元件具有储存和释放电场能量的性质，各种电容器可用电容元件作模型。本节只讨论电阻元件，电感元件和电容元件将在第 3 章中介绍。

导体中存在一定方向上运动的载流子，由于与导体材料的原子(原子离子)不断碰撞而受到阻碍，导体对电流通过的这种“阻碍”称为电阻。

欧姆定律是分析和计算电路的基本定律之一。欧姆定律指出，流过电阻的电流与电阻两端的电压成正比。当电压、电流取关联参考方向时，如图 1.8(a)所示，欧姆定律可以表示为

$$i=\frac{u}{R} \tag{1-5}$$

R 即为该段电路的电阻，由上式可见，当所加电压一定时，电阻越大，则电流越小，体现了电阻对电流起阻碍作用的物理性质。

在直流电路中，欧姆定律写成如下的形式

$$I=\frac{U}{R} \quad 或 \quad U=RI \tag{1-6}$$

必须指出，若电阻两端电压和所通过的电流取非关联参考方向，如图 1.8(b)所示，则应在式(1-5)和式(1-6)中应加一负号，即

$$i=-\frac{u}{R}, \quad I=-\frac{U}{R}$$

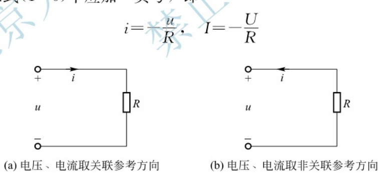


图 1.8 欧姆定律

电阻单位是欧姆，简称欧，以 Ω 表示。如果电阻的阻值是一个正的实常数，与通过它的电流无关，就称为线性电阻。欧姆定律是描述线性电阻上的电压电流关系的。碳膜电阻、绕线电阻等许多实际元件，在电压或电流的一定范围之内，它们的电阻基本不变，可以作为线性电阻来处理。在本书中，只研究线性电阻。

如果电阻的阻值不是常数，就为非线性电阻。热敏电阻是一种非线性电阻。有的热敏电阻的阻值会随着热敏电阻本体温度的变化呈现出阶跃性的变化。PTC 热敏电阻温度升高时，电阻增大，利用这个特性可以实现控温的功能。电流通过热敏电阻元件后引起温度升高，当超过一定温度时，电阻陡增几个数量级，从而限制电流的增加，电流的下



降导致热敏电阻的温度降低，电阻值的减小又使电路电流增加，热敏电阻元件温度升高，周而复始，从而使温度保持在特定范围。PTC热敏电阻的这种特性，使得它应用于暖风器、电烙铁、烘衣柜、空调等设备中。

电阻吸收的功率为

$$p=ui=i^2R=\frac{u^2}{R} \tag{1-7}$$

在直流电路中，电阻吸收的功率为

$$P=UI=I^2R=\frac{U^2}{R} \tag{1-8}$$

由上两式可见，电阻吸收的功率总是正值，即电阻总是消耗电功率。电阻是将电能转换为热能(或光能)的电路元件。

理想电阻元件的功率不受限制，但实际电路中的电阻，其功率数值总有限制，超过这个限制，可能会烧毁电阻。所以实际电阻器，都规定了额定功率、额定电压、额定电流，使用时不得超过额定值，以保证安全工作。

【例1-2】 一个额定电压为220V的电炉，通过电流为5.5A，问其电阻为多少?

【解】

$$R=\frac{U}{I}=\frac{220}{5.5}\Omega=40\Omega$$

【例1-3】 一个80V，64W电阻器，正常工作通过的电流是多少? 分别接到220V和40V的直流电压源上，结果如何?

【解】

$$I=\frac{P}{U}=\frac{64}{80}\text{A}=0.8\text{A}$$

如果接到220V的电源上，220V>80V，则电阻器不能长期工作，会烧坏。

如果接到40V的电源上，因为电阻消耗的功率与电阻电压的平方成正比，则电阻消耗的功率为

$$P=\frac{U^2}{U_N^2}P_N=\frac{40^2}{80^2}\times 64=16\text{W}$$

【例1-4】 求例1-1中的电压U_{bd}和U_{cb}，其中$R_2=2\Omega$，$R_3=3\Omega$。

【解】 根据欧姆定律得

$$U_{bd}=R_3I_3=(3\times 1)\text{V}=3\text{V}$$

电压的数值为正，表明电压的实际方向与假定的参考方向一致，即b点电位高于d点电位。

同理求出U_{cb}

$$U_{cb}=R_2I_2=[2\times(-3)]\text{V}=-6\text{V}$$

电压的数值为负，表明电压的实际方向与假定的参考方向相反，即b点电位高于c点电位，或者说电压的实际方向由b点指向c点。

1.3.2 理想有源元件

1. 理想电压源

理想电压源的定义：如果一个二端元件接到任一电路后，其两端的电压总能保持规



定的值 u_S，而与通过它的电流大小无关，称此二端元件为理想电压源。不随时间变化的直流电压源称为恒压源，用 U_S 表示。

理想电压源的主要特性是它对外电路提供的电压与流经电源的电流无关。恒压源的外特性是一条与电流轴平行的直线，如图 1.9 所示。

实际的电压源本身有内电阻，要消耗功率，其两端的电压不能保持规定的值。实际的电压源可以看成是理想电压源与一个电阻的串联。现以最简单的直流电路为例，讨论内电阻对电压源输出电压的影响。

如图 1.10 所示，电阻 R 两端的电压就是电压源的输出电压 U(即电源端电压)，电阻 R 与电源内电阻 R_0 串联。

$$U=\frac{R}{R+R_0}U_S \tag{1-9}$$

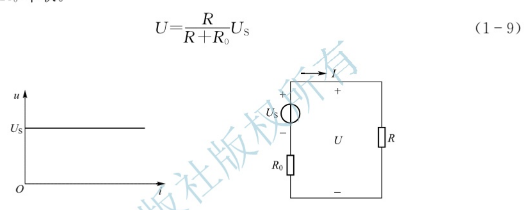


图 1.9 恒压源的伏安特性曲线　　图 1.10 实际电源电路

当 $R \gg R_0$ 时，$U \approx U_S$，否则电压源内电阻的影响不能忽略。

电压源的输出电压 U 还可表示为

$$U=U_S-IR_0 \tag{1-10}$$

式(1-10)两边同乘以电流 I，得

$$UI=U_SI-I^2R_0 \tag{1-11}$$

其中，U_SI 为电源产生的功率；UI 为电源输出或电阻 R 消耗的功率；I^2R_0 为电源内电阻 R_0 所消耗的功率。

上式表明，在实际电路中，负载取用的功率等于电源产生的功率与电源内电阻消耗的功率之差，符合能量守恒定律。

2. 理想电流源

理想电流源的定义：如果一个二端元件接到任一电路后，该元件能够对外电路提供规定的电流 i_S，而与其两端的电压无关，则该二端元件称为理想电流源。不随时间变化的直流电流源称为恒流源，用 I_S 表示。

理想电流源的主要特性是它对外电路提供的电流与其两端的电压无关。恒流源的外特性为一条与电压轴平行的直线，如图 1.11 所示。

实际的电流源可以看成是理想电流源与一个电阻的并联，因此其对外电路提供的电流跟外电路有关系。如图 1.12 所示，电流源 I_S 给电阻 R 提供电流，电流 I 为电流源给外电路提供的电流，即流经电阻 R 的电流。



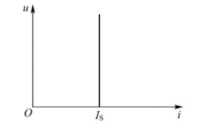


图 1.11 恒流源的伏安特性曲线

图 1.12 实际电流源

因此，有

$$I=\frac{R_0}{R_0+R}I_S \tag{1-12}$$

当 $R \ll R_0$ 时，$I \approx I_S$。否则电流源内电阻的影响不能忽略。

1.4 [illegible]

根据电源与负载之间连接方式及工作要求的不同，电路可能处于通路状态、断路状态和短路状态。下面介绍这 3 种状态及其特点。

1. 通路状态

如图 1.13 所示，R_0 为电源内阻，R 为负载，当开关 S 闭合时，电源与负载接通，电路中有电流流过，这种状态称为通路状态。通路时，电源向负载提供电能，电源处于有载状态。

2. 断路状态

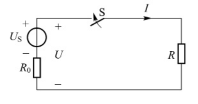


图 1.13 通路

如图 1.13 所示，当开关 S 打开时，电路中电流为零，称电路处于断路(或开路)状态。电路断路可能是电源开关未闭合(未合闸)，这是正常断路，或者是线路上某个地方接触不良、导线已断或者熔断器熔断所造成，这是事故断路。

断路时，电路电流为零，因此电源输出功率为零，称电源处于空载状态。

电路断路时的特征为

$$\left.\begin{aligned} I&=0\\ U&=U_S\\ P&=0 \end{aligned}\right\} \tag{1-13}$$

3. 短路状态

当某一部分电路的两端用电阻可以忽略不计的导线或开关连接起来，使得该部分电路中的电流全部被导线或开关所旁路，这一部分电路所处的状态称为短路或短接。

如图 1.14 所示，当开关 S 闭合的时候，电阻 R_2 被短路，电阻 R_2 两端电压为零。当

电源两端的导线由于某种事故而直接相连时，如图 1.14 中，a 点和 b 点直接相连，这称为电源短路。由于短路处电阻为零，而电源内电阻 R_0 很小，这时短路电流很大。电源短路是一种严重的短路事故，应事先预防。

图 1.14 短路

短路的特点为被短路的元件两端电压为零。

产生短路的原因往往是由于绝缘损坏或接线不慎，因此经常检查电气设备和线路的绝缘情况是一项很重要的安全措施。此外，还可在电路中接入熔断器或自动断路器。

4. 电气设备的额定值

任何一个电气元件或设备，为了达到最好的技术经济效能，制造厂对它的工作能力、运用性能和使用条件都要用一组技术数据来加以限制和规定，这些技术数据就称为额定值。对于电气元件或设备额定电压、额定电流、额定功率分别用 U_N、I_N 和 P_N 表示。通常最主要的几项数据都刻在产品的铭牌上，因此又称铭牌值。

额定值是由制造厂根据产品使用时的经济合理、安全可靠和一定的使用寿命等因素全面综合考虑，通过设计计算得出的。当电气设备或元件工作时的实际电流、电压和功率等于它的额定值时，电气设备或元件处于最佳的工作状态。但是一般很难达到，其中一个原因就是电源电压经常波动。因此实际使用时电流、电压和功率与额定值有偏差，但是只要偏差在允许范围之内，设备仍然可以正常运行。某些电气设备(例如电动机)在特定的条件下可以短时超过额定值的允许偏差工作。但是如果超过设备额定值的允许偏差较大，又长期运行，电气元件或设备的绝缘材料易老化。例如电流超过额定值太多，由于发热过甚，会影响电气元件或设备绝缘材料的使用寿命，甚至会使绝缘材料失去绝缘性能；当所加电压超过额定值过多时，绝缘材料也可能被击穿。反之，如果电压或电流远低于额定值，会使电气元件或设备不能正常工作。如灯两端的电压太低，灯的灯光就会变得很暗，影响照明功能。

1.5 基尔霍夫定律

分析与计算电路的基本定律除欧姆定律外，还有基尔霍夫定律。基尔霍夫定律又分为基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律。为更好地理解和掌握基尔霍夫定律，需明确几个基本概念。

(1) 支路：流过同一电流的分支称为一条支路。图 1.15 所示中共有三条支路。

(2) 节点：三条或三条以上支路的连接点称为节点。如图 1.15 所示，共有两个节点：a，b。

(3) 回路：电路中由若干条支路组成的闭合路径称为回路。图 1.15 所示中有三个回路：abca，adba 和 cadbc。

(4) 网孔：未被其他支路分割的单孔回路称为网孔。图 1.15 所示中有两个网孔：cabc，adba。

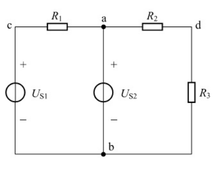


图 1.15 支路、节点、回路



1.5.1　基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律常写成KCL(Kirchhoff′s Current Law)，可叙述为：在任一时刻，流向某一节点的电流之和应该等于由该节点流出的电流之和，如图1.16所示。由图可以得出

$$i_1+i_3+i_4=i_2+i_5 \tag{1-14}$$

或

$$i_1+i_3+i_4-i_2-i_5=0 \tag{1-15}$$

即

$$\sum i=0 \tag{1-16}$$

式(1-16)就是基尔霍夫电流定律的另一种表述：对于任一电路的任一节点，所有支路电流的代数和恒等于零。

把KCL应用到某节点时，首先要选定每一支路电流的参考方向，其次，如果规定参考方向流入节点的电流取正号，则流出节点的电流取负号。

基尔霍夫电流定律通常用于节点，但也可推广于包围几个节点的任一假设的闭合面上。如图1.17所示晶体管中，对点画线所示的闭合面来说，三个电极电流的代数和等于零，即

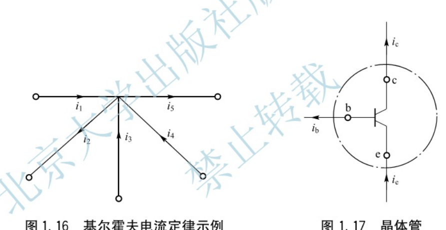


图1.16　基尔霍夫电流定律示例　　　　图1.17　晶体管

$$i_e-i_b-i_c=0 \tag{1-17}$$

【例1-5】 在图1.18所示电路中，已知$I_S=5A$，$I_1=3A$，$I_3=-1A$，求I_4。

【解】 按图示参考方向，根据KCL列方程。

解法一：对节点a

$$-I_S+I_1+I_2=0$$

$$I_2=I_S-I_1=(5-3)A=2A$$

对节点b

$$-I_2-I_3+I_4=0$$

$$I_4=I_2+I_3=[2+(-1)]A=1A$$

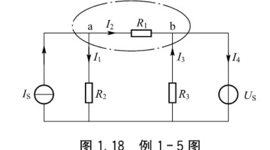


图1.18　例1-5图

解法二：应用广义KCL，假想一个闭合面包围a、b节点，如图1.18中虚线所示，则

$$-I_S+I_1-I_3+I_4=0$$



$$I_4=I_S-I_1+I_3=[5-3+(-1)]\text{A}=1\text{A}$$

从这个例子可以看出，基尔霍夫电流定律对假想的闭合面一样成立。

用基尔霍夫电流定律求解和分析电路时，第一步确定各支路电流的参考方向；第二步应用基尔霍夫电流定律列写方程时，每个电流前加上相应的符号，流出者为正，流入者为负，或者反之；第三步代入电流的值，这时电流本身的数值又有正负。

1.5.2 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律常写成 KVL(Kirchhoff's Voltage Law)，它是关于回路中各支路电压间关系的基本定律。此定律可描述为：在任一时刻，对于任一电路中的任一闭合回路，沿任意给定绕行方向，组成该回路的所有支路电压的代数和等于零。即，对于电路中的任一闭合回路，沿任意给定的绕行方向，在这个方向上的电位降之和应该等于电位升之和。

KVL 的数学表达式为

$$\sum u=0 \tag{1-18}$$

图 1.19 中给出了某电路的一个回路，设顺时针方向为绕行方向，按图中给定的各个元件电压的参考方向，并且规定电位降取正号，电位升取负号，则有

$$U_{R2}+U_{S1}+U_{R3}-U_{S2}-U_{R1}=0 \tag{1-19}$$

或

$$U_{R2}+U_{S1}+U_{R3}=U_{S2}+U_{R1} \tag{1-20}$$

即电位降之和等于电位升之和。

基尔霍夫电压定律不仅应用于闭合回路，也可以推广应用于回路的部分电路，把这部分电路假想为闭合的回路，即虚拟回路。

如图 1.20 所示电路，电阻、电感和电容两端电压均已知，求 a 点和 c 点间的电压。电阻 R_1 和电感、电容的串联电路不是闭合回路，可以假想 abca 为一个闭合回路，设绕行方向为顺时针，如图中所示方向，运用 KVL 得

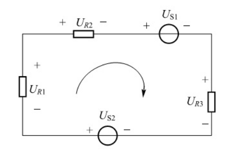


图 1.19 基尔霍夫电压定律示例

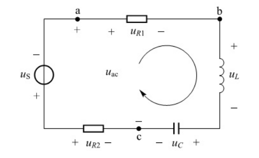


图 1.20 虚拟回路

$$u_{R1}+u_L+u_C-u_{ac}=0$$

$$u_{ac}=u_{R1}+u_L+u_C$$

【例 1-6】 有一闭合回路如图 1.21 所示，已知 $U_{ab}=3\text{V}$，$U_{bc}=9\text{V}$，$U_{ad}=7\text{V}$，$U_S=12\text{V}$，求电压 U_{bd}和 U_{dc}。

【解】 在图 1.21 所示的回路 1 中应用 KVL，绕行方向为顺时针，则有



$$U_{bd}-U_{ad}+U_{ab}=0$$

$$U_{bd}=U_{ad}-U_{ab}=(7-3)\text{V}=4\text{V}$$

求解电压 U_{dc}，可以在不同的回路中求解。

解法一：在图 1.21 所示的回路 2 中应用 KVL，绕行方向为顺时针，则有

$$U_{ad}+U_{dc}-U_S=0$$

$$U_{dc}=U_S-U_{ad}=(12-7)\text{V}=5\text{V}$$

解法二：可以利用上面求得的电压 U_{bd}，在图 1.21所示的回路 3 中应用 KVL，绕行方向为顺时针，则有

$$U_{bc}-U_{dc}-U_{bd}=0$$

$$U_{dc}=U_{bc}-U_{bd}=(9-4)\text{V}=5\text{V}$$

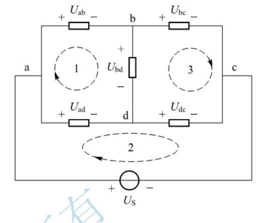


图 1.21　例 1-6 图



特别提示

● 基尔霍夫定律驾驭着电路中电流和电压的分配，给各支路电流和电压以严格的制约。这是自然界电荷守恒和能量守恒的普遍规律在电路理论中的正确反映。但它并不涉及电路元件的性质。电路中可以有电阻、电容、电感以及电源等电路元件，可以是线性元件，也可以是非线性元件，基尔霍夫定律都适用。

● 基尔霍夫定律是电路分析的理论基础，它唯一地反映了由于电路结构所引起的电流间和电压间的相互制约关系。这种关系称为网络结构的约束，它与各元件自身的电压电流约束在一起，成为电路分析的两个基本关系。

再举两个例子，综合运用基尔霍夫定律和电路元件的电压电流关系求解电路。

【例 1-7】 如图 1.22 所示，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$，$I_S=5\text{A}$，$U_S=20\text{V}$，求电流 I_1 及电压源和电流源的功率，并说明是起电源作用还是起负载作用。

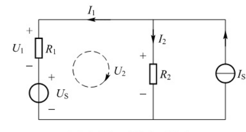


图 1.22　例 1-7 图

【解】 电阻两端电压的参考极性采用关联参考方向。

由 KCL 有

$$I_1+I_2=I_S=5\text{A} \tag{1-21}$$

在 R_1、R_2 和 U_S 组成的回路中应用 KVL，如图 1.22所示，沿着顺时针方向，有

$$U_2-U_S-U_1=0 \tag{1-22}$$

由欧姆定律得

$$U_2=R_2I_2=10I_2 \tag{1-23}$$

$$U_1=R_1I_1=5I_1 \tag{1-24}$$

将式(1-23)、式(1-24)代入式(1-22)得

$$10I_2-U_S-5I_1=0$$

即

$$-5I_1+10I_2=U_S=20 \tag{1-25}$$

由式(1-21)和式(1-25)解出

$$I_1=2A,\quad I_2=3A$$

电压源的功率为

$$P_1=U_SI_1=(20\times2)W=40W$$

电流的实际方向由电源的高电位端流入，故起负载作用。

电流源的功率为

$$P_2=I_SU_2=I_S\times R_2\times I_2=(5\times10\times3)W=150W$$

电流源的电流由电流源的实际高电位端流出，故起电源作用。

【例 1-8】 如图 1.23 所示，$R_2=R_4=10\Omega$，$R_1=R_3=2\Omega$，$U_S=10V$，$I_{S1}=2A$，$I_{S2}=1A$，求各个电源的功率，并判断是起电源作用还是负载作用。

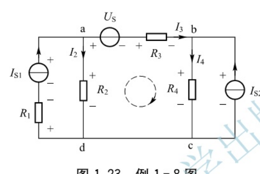


图 1.23 例 1-8 图

【解】 在对节点 a 应用 KCL，得

$$I_2+I_3=I_{S1}=2A \tag{1-26}$$

对节点 b 应用 KCL，得

$$-I_3+I_4=I_{S2}=1A \tag{1-27}$$

在回路 abcda 中应用 KVL，如图 1.23 所示，按顺时针方向。电阻两端电压与流经电阻的电流取关联参考方向。

$$U_S+U_{R3}+U_{R4}-U_{R2}=0 \tag{1-28}$$

由欧姆定律有

$$U_{R2}=I_2R_2=10I_2 \tag{1-29}$$

$$U_{R3}=I_3R_3=2I_3 \tag{1-30}$$

$$U_{R4}=I_4R_4=10I_4 \tag{1-31}$$

将式(1-29)、式(1-30)、式(1-31)代入式(1-28)，得到

$$10+2I_3+10I_4-10I_2=0 \tag{1-32}$$

由式(1-26)、式(1-27)、式(1-32)得到

$$I_2=2A,\quad I_3=0A,\quad I_4=1A$$

电压源的功率 P_1 为

$$P_1=I_3U_S=0\times10W=0W$$

因此电压源既不起电源作用，也不起负载作用。

电流源 I_{S1} 两端电压 U_1 为

$$U_1=U_{R2}+U_{R1}=I_2R_2+I_1R_1=(2\times10+2\times2)V=24V$$

电流源 I_{S1} 的功率 P_2 为

$$P_2=U_1I_{S1}=(24\times2)W=48W$$

由于其电流由电流源的实际高电位端流出，故起电源作用。

电流源 I_{S2} 两端电压为 U_2，电流源的功率 P_3 为



$$P_3=U_2I_{S2}=U_{R4}I_{S2}=I_4R_4I_{S2}=(1\times10\times1)\text{W}=10\text{W}$$

由于其电流由电流源的实际高电位端流出，故起电源作用。

1.6　电位的计算

电压是对电路中某两点来说的，为了便于分析，有时在电路中选定一点作为参考点，而把电路中某点与参考点之间的电压称为该点的电位，用V表示。规定参考点为零电位点。参考点的选择是任意的，选取不同参考点，电路中各点的电位数值也随之不同。电路中两点间的电压就等于两点间的电位差。

在电工技术和电子技术中，一般选大地作为参考点，在电路图中用“⏚”表示。机壳需要接地的电器设备，可以把机壳选为参考点。有些电器设备，机壳虽不一定接地，可以把它们当中元件汇集的公共端或公共线作为参考点，在电路图中用“⊥”表示。

电位可以用电压表测量，将电压表的“－”端接于电位参考点，电压表的“＋”端接于电路中要测量电位的点。若电压表正偏，表示被测量点电位比参考点电位高，电压表的读数就是该被测点的电位值。若电压表反偏，表示被测点电位低于参考点电位，则将电压表“＋”端接参考点，电压表的“－”端接被测点，电压表的读数前冠以“－”号，就是该点的电位。

【例1-9】　如图1.24(a)所示，两节干电池E_1和E_2的两端电压$U_{cd}=U_{da}=1.5\text{V}$，电压源的电压$U_S=6\text{V}$。试分别求出当a点和d点接地时，各点的电位和电压$U_{bc}$。

【解】　(1) 当a点接地时，如图1.24(b)所示，从图中可以看出

$$V_a=0\text{V}$$

则

$$V_b=U_S=6\text{V}$$

$$V_d=U_{da}=1.5\text{V}$$

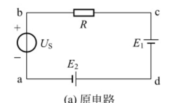
$$V_c=U_{ca}=U_{cd}+U_{da}=(1.5+1.5)\text{V}=3\text{V}$$

电压U_{bc}为

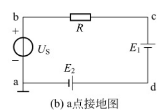
$$U_{bc}=V_b-V_c=(6-3)\text{V}=3\text{V}$$

(2) 当d点接地时，如图1.24(c)所示，从图中可以看出

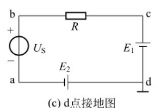
$$V_d=0\text{V}$$



(a) 原电路



(b) a点接地图



(c) d点接地图

图1.24　例1-9图

则

$$V_a=-E_2=-1.5\text{V}$$

$$V_b=U_{ba}+U_{ad}=U_{ba}-U_{da}=(6-1.5)\text{V}=4.5\text{V}$$

$$V_c = U_{cd} = 1.5\text{V}$$

电压U_{bc}为

$$U_{bc} = V_b - V_c = (4.5 - 1.5)\text{V} = 3\text{V}$$

通过上述计算可以看出：(1)参考点选得不同，电路中各点电位值也不同；(2)电路中任意两点间的电压大小与参考点的选择无关。电压U_{bc}不论是以a点作为参考点还是d点作为参考点，它的值始终是3V。



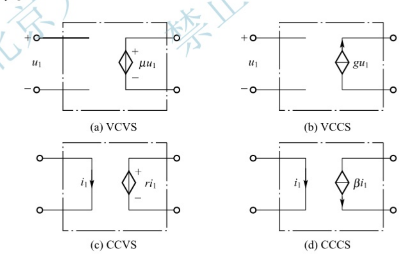
特别提示

电路中只有一个参考点。

*1.7　受　控　源

前面讨论的理想电源，都是独立电源，即电压源的电压或电流源的电流不受外电路的控制而独立存在。与独立电源不同，受控(电)源的电压、电流不是独立的，而是受电路中某部分电压或电流控制。受控源随着研究电子器件的需要而提出，是组成电子电路模型的主要元件之一。

因为晶体管的集电极电流受基极电流控制，所以它的电路模型中就要用到受控源。受控源是四端元件，具有两对端钮，施加控制量的输入端钮和对外提供电压或电流的输出端钮。控制量可以是电压或电流，因此可以分为电压控制电压源(VCVS)，电压控制电流源(VCCS)，电流控制电压源(CCVS)和电流控制电流源(CCCS)。四种受控源的图形符号如图1.25所示。



(a) VCVS　(b) VCCS　(c) CCVS　(d) CCCS

图1.25　受控电源

图中用菱形表示受控源，以区别于独立电源。μ、g、r和β为控制系数，当这些系数为常数时，被控制量与控制量成正比关系，受控源就是线性受控源，否则受控源为非线性的。

受控源是用来反映电路中某处的电压或电流能控制另一处的电压或电流这一现象，或表示一处的电路变量与另一处的电路变量之间的耦合关系。因此受控源不是独立的，

当控制电压或控制电流为零时，受控源的电压或电流也为零，即这时“电源”不复存在。

【例 1-10】 求图 1.26 所示电路中电阻 R_1 两端的电压 U_1。已知 $R_1=2\Omega$，$R_2=1\Omega$，$U_S=7V$。

【解】 根据 KVL 得

$$U_1+R_2I_2=U_S \tag{1-33}$$

根据 KCL 得

$$I_1+2U_1=I_2$$

即

$$\frac{U_1}{R_1}+2U_1=I_2 \tag{1-34}$$

图 1.26 例 1-10 图

将式(1-34)代入式(1-33)则

$$U_1+R_2\left(\frac{U_1}{R_1}+2U_1\right)=U_S$$

即

$$U_1+\frac{U_1}{2}+2U_1=7$$

得出

$$U_1=2V$$

小　　结

(1) 电路由电源、负载和中间环节组成。电路的作用：一是实现电能的传输和转换；二是实现信号的传递和处理。

(2) 当电路中的电压或电流的实际方向无法确定时，常任意选定一个方向作为电流或电压的参考方向。在求解和分析电路时，第一步确定各变量的参考方向，然后列写电路方程。求得的电压或电流为正值时，表明所假定的参考方向与实际方向一致，否则相反。

电压和电流的参考方向可以任意假定，互不相关，但是为了分析的方便，常将电路元件的电压参考方向与电流参考方向取为一致，这样设定的参考方向称为关联参考方向。

(3) 电路有短路、断路和通路 3 种状态。电源短路将产生极大的短路电流，应极力防止。

(4) 理想电压源的主要特性是它对外电路提供的电压与流经电源的电流无关。恒压源的输出电压恒定不变。理想电流源的主要特性是它对外电路提供的电流与其两端的电压无关。恒流源输出电流恒定不变。

实际的电压源可以看成理想电压源与一个电阻的串联。实际的电流源可以看成理想电流源与一个电阻的并联。实际的电源产生的功率与负载取用的功率、电源内部电阻消耗的功率是平衡的(如果忽略导线电阻的功率消耗)。

(5) 基尔霍夫定律是电路的基本定律，它包括电流定律和电压定律。

基尔霍夫电流定律：对于任一电路的任一节点，所有支路电流的代数和恒等于零。把 KCL 应用到某节点时，首先要选定每一支路电流的参考方向，其次，如果规定参考方



向流入节点的电流取正号，则流出节点的就取负号。

KCL 的数学表达式为

$$\sum i=0$$

基尔霍夫电压定律：在任一时刻，对于任一电路中的任一闭合回路，沿任意给定绕行方向，组成该回路的所有电压的代数和等于零。

KVL 的数学表达式为

$$\sum u=0$$

应用 KVL 解题时，第一步设定一个绕行方向。第二步如果规定电位降取正号，则电位升取负号。第三步根据图中规定的各个电压的参考方向，列写电压方程。

(6) 电场力把单位正电荷从 a 点移到 b 点所做的功在数值上就是 a 点到 b 点的电压。电压是对电路中的两点而言的。电路中某点，如 c 点的电位就是 c 点与电路参考点之间的电压。参考点的电位为零。因此电路中两点间的电压就等于两点电位的差。

选取的参考点不同，电路中各点电位值也不同。电路中任意两点间的电压大小与参考点的选择无关。



基尔霍夫生平

基尔霍夫(Gustav Kirchhoff)，1824 年 3 月 12 日生于德国科尼斯堡，1887 年 10 月 7 日卒于德国柏林，享年 63 岁。他的一生在物理学、天文学和化学各方面都作出了杰出的贡献。

基尔霍夫在中学学习期间成绩就名列前茅，毕业后就读著名的柯尼斯堡大学。在那个电器技术迅速发展的年代，科学家们都在为解决复杂电路问题而大伤脑筋。在法国数学物理学派思想的影响下，年仅 21 岁的基尔霍夫在欧姆研究工作的基础上，建立了物理学上意义重大的以他的名字命名的电路定律：基尔霍夫电流定律指出在电路的节点上，电流的代数和为零；基尔霍夫电压定律指出沿一闭合回路电压的代数和为零。

基尔霍夫大学毕业后，在柏林大学任教。1850 年他转到布雷斯劳大学担任临时教授，并在那里结识了本生。在本生的协助下，他于 1854 年被聘任为海德堡大学教授，并与本生共事。1860 年他们共同发明了光谱分析仪，提出了光谱分析法，并据此发现了铯和铷两种新元素。后来基尔霍夫又提出了天体的光谱分析法，从而使天体物理学进入了新纪元。他在 1862 年发表的黑体概念更为 20 世纪的量子物理发展奠定了基础。

1875 年基尔霍夫因病结束了他的科研生涯，转向教育工作。他留在柏林大学担任理论物理学教研室主任，他的教科书《数学物理讲义》成为当时德国著名大学的经典教材。在他的指导下，不少学生都成为著名的科学家，其中包括诺贝尔物理学奖得主普朗克。

习　题

1-1　单项选择题

(1) 一个 220V、40W 的灯和一个 220V、60W 的灯串联起来接到 220V 的电源上，请问哪个灯会比较亮？(　　)



A. 220V，40W 的灯比较亮　　　　B. 220V，60W 的灯比较亮

C. 一样亮

(2) 一个 220V、40W 的灯和一个 220V、60W 的灯并联起来接到 220V 的电源上，请问哪个灯会比较亮？(　　)

A. 220V，40W 的灯比较亮　　　　B. 220V，60W 的灯比较亮

C. 一样亮

(3) 空间中有 a、b、c 三点，已知 $U_{ab}=2V$，$U_{bc}=3V$，求 U_{ac} 的电压。(　　)

A. 1V　　　B. 5V　　　C. −1V

(4) 已知 $U_{ab}=2V$，$U_{bc}=3V$，如果以 b 点作为电位参考点，求 a、b、c 三点电位。(　　)

A. a 点电位为 0V，b 点电位为 2V，c 点电位为 3V

B. a 点电位为 2V，b 点电位为 0V，c 点电位为 3V

C. a 点电位为 2V，b 点电位为 0V，c 点电位为−3V

D. a 点电位为 5V，b 点电位为 3V，c 点电位为 0V

(5) 如图 1.27 所示，$I_S=10A$，$U_S=5V$，$R=1\Omega$，问电压源和电流源各起什么作用？(　　)

A. 电压源起负载作用，电流源起电源作用

B. 电压源起电源作用，电流源起电源作用

C. 电压源起电源作用，电流源起负载作用

1-2　判断题(正确的请在每小题后的圆括号内打“√”，错误的打“×”)

(1) 如果没有参考方向，只说某支路中的电流为−1A，这种说法没有意义。(　　)

(2) 电路中某两点的电位很高，因此这两点间的电压也很高。(　　)

(3) 实际电流源允许开路运行，它对外不输出功率，自身也不消耗功率。(　　)

(4) 电压和电位的单位都是伏特，但是它们在概念上没有联系。(　　)

(5) 某线性电容两端的电压越高，则其两个极板上汇聚的电荷就越多。(　　)

1-3　如图 1.28 所示，以 o 点为参考点，求 a、b 两点电位。已知 $R_1=1\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=3\Omega$，$U_{S1}=9V$，$U_{S2}=6V$，$U_{S3}=3V$。

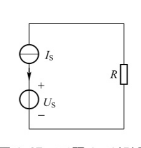


图 1.27　习题 1-1(5)图

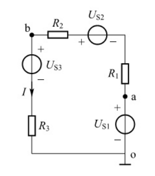
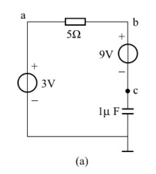


图 1.28　习题 1-3 图

1-4　求图 1.29(a)、(b)所示电路中 a、b、c 三点的电位。

1-5　求图 1.30 所示电路中的电压源 U_{S1} 和 U_{S2} 的功率，并说明它们起电源作用还是负载作用。已知 $U_{S1}=30V$，$U_{S2}=10V$，$R_1=20\Omega$，$R_2=5\Omega$。



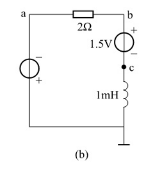


图 1.29　习题 1-4 图

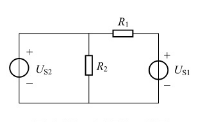


图 1.30　习题 1-5 图

1-6　求图 1.31 所示电路中电阻 R 的功率。

1-7　求图 1.32 所示电路的支路电流 I，并求各电源功率。已知 $U_{S1}=10\text{V}$，$U_{S2}=3\text{V}$，$R_1=7\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=5\Omega$。

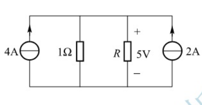


图 1.31　习题 1-6 图

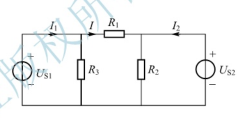
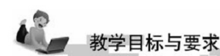


图 1.32　习题 1-7 图

第2章 直流电路的基本分析方法

本章介绍分析线性电路的一般方法及常用定理。虽然本章研究的对象是由线性电阻及直流电源组成的电路，但是所用的电路分析方法，可以推广到包含其他元件的线性电路。本章主要介绍支路电流法、叠加定理、等效电源定理、电压源与电流源的等效互换。



教学目标与要求

- 掌握支路电流法的解题思路及步骤，能用此方法求解分析简单电路。
- 熟练掌握叠加定理，能灵活运用此定理求解分析多电源线性电路。
- 熟练掌握等效电源定理，能用其求解分析比较复杂的电路中的某条指定支路的电压和电流。
- 掌握电压源与电流源的等效互换，注意互换时电压源的极性和电流源的电流方向。

引例

实际生活中，直流电用于许多场合，例如：工厂中的直流电动机、同步电动机的励磁、电动汽车或电动自行车(如图 2.0 所示)的驱动、手电筒、儿童玩具、燃气灶的点火器电路等。在求解比较复杂的直流电路时，单纯应用欧姆定律和基尔霍夫定律可能比较繁杂，若应用本章介绍的电路基本分析方法，则可使求解变得简单。通过本章的学习，大家将学到几种基本的求解电路的方法。



(a) 电动汽车



(b) 电动自行车

图 2.0　电动汽车与电动自行车示意图

2.1 支路电流法

支路电流法是应用基尔霍夫电流定律和电压定律分别对节点和回路列出所需要的方程组，然后解出各未知支路电流的方法。

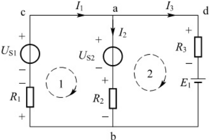


图 2.1 支路电流法解题实例

现在以图 2.1 所示电路为例，说明支路电流法的应用。

在本电路中，支路数 $b=3$，节点数 $n=2$，支路电流 I_1、I_2 和 I_3 都是未知数，因此需要三个独立方程。所谓独立方程，是指这些方程中的任何一个方程均不能从其他任何方程中推导得出。

首先，应用基尔霍夫电流定律对节点 a 列出方程

$$-I_1+I_2+I_3=0 \tag{2-1}$$

对节点 b 列出方程

$$I_1-I_2-I_3=0 \tag{2-2}$$

式(2-1)和式(2-2)为同一方程，对两个节点的电路，只能列出一个独立的电流方程。

然后，用 KVL 列写回路电压方程。如图 2.1 所示，对回路 1，由 KVL 得

$$U_{S2}+I_2R_2+I_1R_1-U_{S1}=0 \tag{2-3}$$

对回路 2，由 KVL 得

$$I_3R_3+E_1-I_2R_2-U_{S2}=0 \tag{2-4}$$

对回路 cadbc，由 KVL 得

$$I_3R_3+E_1+I_1R_1-U_{S1}=0 \tag{2-5}$$

将式(2-3)+式(2-4)，即可得到式(2-5)，因此式(2-5)为非独立电压方程。由式(2-1)、式(2-3)和式(2-4)就可以解出支路电流 I_1，I_2，I_3 的值。

对于一个由 n 个节点，b 条支路组成的电路而言，可以得出以下两个重要的结论。

(1) 由 KCL 对电路的 n 个节点可以列出$(n-1)$个独立方程。

(2) 由 KVL 对电路中的所有回路可以列出 $l=b-(n-1)$ 个独立方程。

可见，共 b 个方程，可以解出 b 条支路的电流值。

对于图 2.1 所示的电路，列出了 1 个独立的电流方程，与结论(1)符合。由 KVL 列出了 2 个独立方程，$l=b-(n-1)=3-(2-1)=2$，与结论(2)吻合。

电流方程的列写比较简单，将一个节点不考虑(一般可选参考节点)，对其他节点运用 KCL 列写电流方程即可。

电路理论已证明：对由 n 个节点，b 条支路组成的平面电路，恰有 $l=b-(n-1)$ 个网孔。对这 l 个网孔列写方程，就能得到 l 个独立的电压方程。

【例 2-1】 在图 2.2 所示电路中，已知 $U_1=10\text{V}$，$U_2=6\text{V}$，$R_1=2\Omega$，$R_2=4\Omega$，$R_3=1\Omega$，$R_4=5\Omega$，求各支路电流。

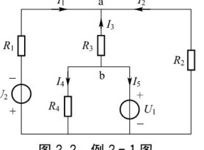


图 2.2 例 2-1 图



【解】 (1) 指定各支路电流的参考方向如图 2.2 所示。

(2) 对$(n-1)$个节点应用 KCL 列写方程，得到$(n-1)$个独立电流方程。

在本例中， $n=3,\ n-1=3-1=2$

对 a 节点用 KCL 列写方程为

$$I_1+I_2+I_3=0 \tag{2-6}$$

对 b 节点用 KCL 列写方程为

$$I_3+I_4+I_5=0 \tag{2-7}$$

(3) 选择网孔的绕行方向。本例中，网孔的绕行方向均为顺时针。

(4) 沿每个网孔的绕行方向，用 KVL 列出 $l=b-(n-1)$个独立电压方程。

在本例中 $b=5,\quad n=3,\quad l=5-(3-1)=3$

对左网孔有

$$R_1I_1-R_3I_3+R_4I_4+U_2=0 \tag{2-8}$$

对下网孔有

$$U_1-R_4I_4=0 \tag{2-9}$$

对右网孔有

$$R_3I_3-U_1-R_2I_2=0 \tag{2-10}$$

将数据代入式(2-6)、式(2-7)、式(2-8)、式(2-9)和式(2-10)，得到方程组

$$\begin{cases}I_1+I_2+I_3=0\\ I_3+I_4+I_5=0\\ 2I_1-I_3+5I_4+6=0\\ 10-5I_4=0\\ I_3-10-4I_2=0\end{cases}$$

解方程组得

$$I_1=-5\text{A},\quad I_2=-1\text{A},\quad I_3=6\text{A},\quad I_4=2\text{A},\quad I_5=-8\text{A}$$

【例 2-2】 如图 2.3 所示，已知 $U_{S1}=U_{S2}=U_{S3}=120\text{V}$，$U_{S4}=10\text{V}$，$R_1=R_4=10\Omega$，$R_2=20\Omega$，$R_3=40\Omega$，求各支路电流。

【解】

(1) 各支路电流的参考方向如图 2.3 所示。

(2) 图 2.3 中只有两个节点 a 点和 b 点。选 b 点用 KCL 列写方程

$$I_1+I_2+I_3-I_4=0 \tag{2-11}$$

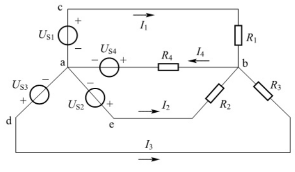
(3) 选择网孔的绕行方向。本例中，上网孔 acba 的绕行方向为顺时针，中间的网孔 aeba 和下网孔 adbea 的绕行方向为逆时针。

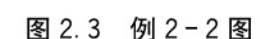
(4) 沿每个网孔的绕行方向，用 KVL 列出 3 个独立方程。

网孔 acba 的 KVL 方程为

$$I_1R_1+I_4R_4+U_{S4}-U_{S1}=0 \tag{2-12}$$

网孔 aeba 的 KVL 方程为




图 2.3 例 2-2 图

$$I_2R_2+I_4R_4+U_{S4}-U_{S2}=0 \tag{2-13}$$

网孔 adbea 的 KVL 方程为

$$I_3R_3-I_2R_2+U_{S2}-U_{S3}=0 \tag{2-14}$$

将数据代入式(2－11)、式(2－12)、式(2－13)和式(2－14)，得

$$\begin{cases} I_1+I_2+I_3-I_4=0 \\ 10I_1+10I_4=110 \\ 20I_2+10I_4=110 \\ 40I_3-20I_2=0 \end{cases}$$

解方程组，得

$$I_1=4\text{A},\quad I_2=2\text{A},\quad I_3=1\text{A},\quad I_4=7\text{A}$$

如果想校验自己的计算结果，则可用功率平衡关系进行。

在例题 2－2 中，计算出的电流均为正值，因此图中标出的电流参考方向与电流实际方向一致。电压源 U_{S1}，U_{S2} 和 U_{S3} 的电流从高电位端流出，起电源作用；而电压源 U_{S4} 的电流从高电位端流入，起负载作用。

电源输出功率 P_1 为

$$P_1=U_{S1}\times I_1+U_{S2}\times I_2+U_{S3}\times I_3=[120\times(4+2+1)]\text{W}=840\text{W}$$

电路中消耗的功率 P_2 为(忽略导线的电阻损耗)

$$\begin{aligned} P_2&=U_{S4}\times I_4+R_1\times I_1^2+R_2\times I_2^2+R_3\times I_3^2+R_4\times I_4^2 \\ &=(10\times7+10\times4^2+20\times2^2+40\times1^2+10\times7^2)\text{W}=840\text{W} \end{aligned}$$

两者相等，功率平衡，即电源输出的功率与负载所消耗的功率相等，从而验证上述计算正确。

2.2 叠加定理

由线性时不变无源元件、线性受控源和独立源组成的电路称为线性时不变电路，简称为线性电路。

上节所讨论的支路电流法，是用电路方程分析线性电路的一种方法，在用这类方法分析电路时，不必改变电路的结构。本节将介绍叠加定理，其是通过合理改变电路结构，将复杂电路化为简单电路以后再进行计算的方法。

叠加定理指出：在线性电路中，任何一条支路的电压或电流等于电路中各个独立电压源、独立电流源单独作用时在该支路上产生的电压或电流的代数和。

在图 2.4(a)所示电路中，设 U_S、I_S、R_1 和 R_2 已知，求电流 I_1 和 I_2。现用支路电流法求解，可列出的 KCL 方程为

$$I_1-I_2+I_S=0$$

电流源两端的电压未知，因此绕开电流源支路取虚线所示回路用 KVL 列写电压方程为

$$R_1I_1+R_2I_2=U_S$$

由此解得

$$I_1=\frac{U_S}{R_1+R_2}-\frac{R_2}{R_1+R_2}I_S \tag{2-15}$$

$$I_2=\frac{U_S}{R_1+R_2}+\frac{R_1}{R_1+R_2}I_S \tag{2-16}$$

当电压源单独作用时，如图2.4(b)所示，电流源输出电流为零，可将电流源视作开路。电阻 R_1 和 R_2 串联，流经电阻 R_1 和 R_2 的电流分别为 I_1'和 I_2'，且有

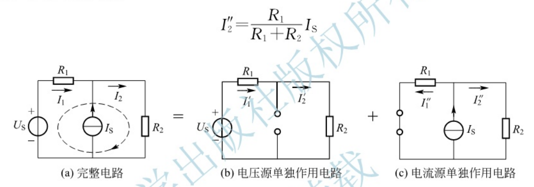
$$I_1'=I_2'=\frac{U_S}{R_1+R_2}$$

当电流源单独作用时，如图2.4(c)所示，电压源两端电压为零，可将电压源两端视作短路。电阻 R_1 和 R_2 并联，则流经电阻 R_1 的电流 I_1''为

$$I_1''=\frac{R_2}{R_1+R_2}I_S$$

流经电阻 R_2 的电流 I_2''为

$$I_2''=\frac{R_1}{R_1+R_2}I_S$$



(a) 完整电路　(b) 电压源单独作用电路　(c) 电流源单独作用电路

图2.4　叠加定理示意图

根据叠加定理，得

$$\begin{cases} I_1=I_1'-I_1''=\dfrac{U_S}{R_1+R_2}-\dfrac{R_2}{R_1+R_2}I_S \\ I_2=I_2'+I_2''=\dfrac{U_S}{R_1+R_2}+\dfrac{R_1}{R_1+R_2}I_S \end{cases} \tag{2-17}$$

由式(2-17)可见，支路电流法与叠加法的计算结果完全一致。

必须指出，叠加定理中所说的是“代数和”，而不是直接求和。I_1''的参考方向与 I_1 的参考方向相反，因此 I_1''的前面冠以“一”号；I_1'与 I_1 的参考方向相同，I_1'前面的符号为正号，所以 $I_1=I_1'-I_1''$；同理可得，$I_2=I_2'+I_2''$。

从上面的实例得出，用叠加定理求解和分析电路时，应该注意如下几点

(1) 在叠加定理中，所谓电源的单独作用，是假设将其他电源均除去，即将其他理想电压源短接(即其端电压为零)；其他理想电流源开路(即其电流为零)，受控源保持不动，而得到的。

(2) 用叠加定理计算复杂电路，就是把一个含有多个电源的复杂电路化为若干个单电源作用的电路来进行计算。最后叠加时，一定要注意各个电源单独作用时某支路的电流和电压分量的参考方向是否与全部电源共同作用下的该支路电流和电压所标出的参考方向一致，一致时前面取正号，否则取负号。

(3) 叠加定理只能分析、计算电压和电流，不能计算功率。因为功率与电流、电压的

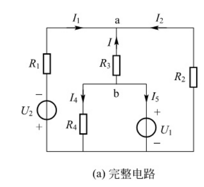
关系不是线性关系，如

$$P_1=R_1I_1^2=R_1(I_1'-I_1'')^2=R_1I_1'^2-2R_1I_1'I_1''+R_1I_1''^2\neq R_1I_1'^2-R_1I_1''^2$$

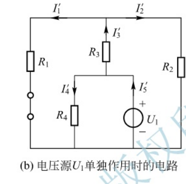
可见，在计算功率时不能将在每个电源单独作用时的功率进行叠加，应该利用叠加定理计算出最终的电流和电压，然后求出功率。

【例 2-3】 用叠加定理计算例 2-1，即图 2.5(a)所示电路中的各个电流。

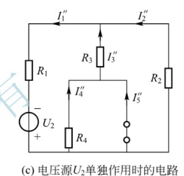
【解】 图 2.5(a)所示电路的电流可以看成由图 2.5(b)和 2.5(c)所示两个电路电流的叠加。



(a) 完整电路



(b) 电压源U_1单独作用时的电路



(c) 电压源U_2单独作用时的电路

图 2.5　例 2-3 图

(1) 在图 2.5(b)中，电压源 U_1 单独作用，将电压源 U_2 短路，其他的电路元件及其位置保持不变，有

$$I_4'=\frac{U_1}{R_4}=\frac{10}{5}\text{A}=2\text{A}$$

$$I_3'=\frac{U_1}{R_3+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=\frac{10}{1+\dfrac{2\times4}{2+4}}\text{A}=\frac{30}{7}\text{A}$$

$$I_2'=\frac{R_1}{R_1+R_2}I_3'=\left(\frac{2}{2+4}\times\frac{30}{7}\right)\text{A}=\frac{10}{7}\text{A}$$

$$I_1'=I_3'-I_2'=\left(\frac{30}{7}-\frac{10}{7}\right)\text{A}=\frac{20}{7}\text{A}$$

$$I_5'=I_3'+I_4'=\left(\frac{30}{7}+2\right)\text{A}=\frac{44}{7}\text{A}$$

(2) 在图 2.5(c)中，电压源 U_2 单独作用，将电压源 U_1 短路，这样电阻 R_4 被短接，电阻 R_2 和 R_3 并联之后，与电阻 R_1 串联。

$$I_1''=\frac{U_2}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}=\frac{6}{2+\dfrac{1\times4}{1+4}}\text{A}=\frac{15}{7}\text{A}$$

$$I_3''=\frac{R_2}{R_2+R_3}I_1''=\left(\frac{4}{1+4}\times\frac{15}{7}\right)\text{A}=\frac{12}{7}\text{A}$$

$$I_2''=I_1''-I_3''=\left(\frac{15}{7}-\frac{12}{7}\right)\text{A}=\frac{3}{7}\text{A}$$

$$I_5''=I_3''=\frac{12}{7}\text{A}$$

$$I_4''=0$$

所以

$$I_1=-I_1'-I_1''=\left(-\frac{20}{7}-\frac{15}{7}\right)\text{A}=-5\text{A}$$

$$I_2=-I_2'+I_2''=\left(-\frac{10}{7}+\frac{3}{7}\right)\text{A}=-1\text{A}$$

$$I_3=I_3'+I_3''=\left(\frac{30}{7}+\frac{12}{7}\right)\text{A}=6\text{A}$$

$$I_4=I_4'-I_4''=(2-0)\text{A}=2\text{A}$$

$$I_5=-I_5'-I_5''=\left(-\frac{44}{7}-\frac{12}{7}\right)\text{A}=-8\text{A}$$

【例 2-4】 求图 2.6(a)所示电路中的电流 I_1，电流源两端的电压 U，电阻 R_1 与电流源的功率。已知 $R_1=R_3=1\Omega$，$R_2=R_4=2\Omega$，$I_S=3\text{A}$，$U_S=6\text{V}$。

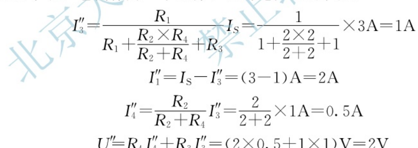
【解】 (1) 当电压源单独作用时，电流源开路，如图 2.6(b)所示。电阻 R_1 与电阻 R_3 串联之后，与电阻 R_2 并联。它们作为一个整体，再与电阻 R_4 串联。

$$I_4'=\frac{U_S}{R_4+\dfrac{R_2\times(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}}=\frac{6}{2+\dfrac{2\times(1+1)}{2+1+1}}\text{A}=\frac{6}{2+1}\text{A}=2\text{A}$$

$$I_1'=\frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}I_4'=\frac{2}{1+2+1}\times2\text{A}=1\text{A}$$

$$U'=I_1'R_3+I_4'R_4=(1\times1+2\times2)\text{V}=5\text{V}$$

(2) 当电流源单独作用时，电压源短路，如图 2.6(c)所示。电阻 R_2 与电阻 R_4 并联之后，与电阻 R_3 串联。它们作为一个整体，再与电阻 R_1 并联。

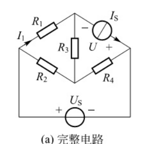


$$I_3''=\frac{R_1}{R_1+\dfrac{R_2\times R_4}{R_2+R_4}+R_3}I_S=\frac{1}{1+\dfrac{2\times2}{2+2}+1}\times3\text{A}=1\text{A}$$

$$I_1''=I_S-I_3''=(3-1)\text{A}=2\text{A}$$

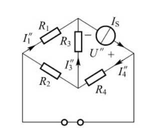
$$I_4''=\frac{R_2}{R_2+R_4}I_3''=\frac{2}{2+2}\times1\text{A}=0.5\text{A}$$

$$U''=R_4I_4''+R_3I_3''=(2\times0.5+1\times1)\text{V}=2\text{V}$$



(a) 完整电路

(b) 电压源单独作用时的电路



(c) 电流源单独作用时的电路

图 2.6　例 2-4 图

(3) 由以上计算可以得出

$$I_1=I_1'+I_1''=(1+2)\text{A}=3\text{A}$$

$$U=-U'+U''=(-5+2)\text{V}=-3\text{V}$$

$$P_{R1}=R_1 I_1^2=1\times 3^2\,\text{W}=9\text{W}$$

电流源的功率 P_1 为

$$P_1=I_S U=[3\times(-3)]\text{W}=-9\text{W}$$

功率为负值，电流源起负载作用，吸收功率。

也可以采用另一种方法求电流源两端电压，即在求出电流 I_1 之后，在电阻 R_1、电流源和电压源组成的回路中用 KVL 列写电压方程，从而求解电流源两端的电压 U。

按顺时针方向列写方程

$$-U-U_S+I_1R_1=0$$

求得

$$U=I_1R_1-U_S=(3\times 1-6)\text{V}=-3\text{V}$$

【例 2-5】 如图 2.7 所示，已知当 $U_S=3\text{V}$，$I_S=3\text{A}$ 时，流经电阻的电流 $I=-3\text{A}$；当 $U_S=6\text{V}$，$I_S=1\text{A}$ 时，电流 $I=4\text{A}$，求当 $U_S=10\text{V}$，$I_S=2\text{A}$ 时，流经电阻的电流 I。

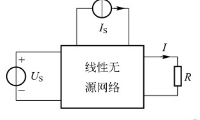


图 2.7　例 2-5 图

【解】 根据叠加定理，I 应该是 U_S 和 I_S 的线性组合函数。设

$$I=aU_S+bI_S$$

式中，系数 a 和 b 为常数，其值完全由电路的结构和参数决定，与电压源电压 U_S 和电流源电流 I_S 大小无关。

代入已知条件得到

$$\begin{cases}-3=3a+3b\\4=6a+b\end{cases}$$

解得

$$a=1,\quad b=-2$$

因此

$$I=U_S-2I_S$$

当 $U_S=10\text{V}$，$I_S=2\text{A}$ 时

$$I=U_S-2I_S=(10-2\times 2)\text{A}=6\text{A}$$

2.3　电源的等效变换

一个复杂的电路往往含有多个电源，若能将一个多电源的复杂电路等效变换成一个电源的简单电路，则可以使电路的求解问题得以解决。

2.3.1　理想电压源串联的等效变换

三个理想电压源串联电路如图 2.8(a)所示，由 KVL 得

$$U=U_{S1}+U_{S2}-U_{S3}$$

由上式可知，可用一个电压源 U_S($U_S=U_{S1}+U_{S2}-U_{S3}$)代替图 2.8(a)中的三个电压源，如图 2.8(b)所示，对外电路而言，端电压 U 依然为 $U=U_S=U_{S1}+U_{S2}-U_{S3}$。因此图 2.8(b)是图 2.8(a)的等效电路。



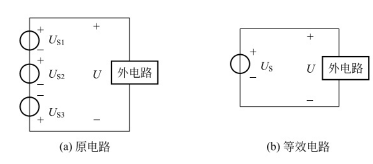


图 2.8 理想电压源的串联等效电路

当有 n 个电压源串联时，其等效电压源 U_S 为

$$U_S = U_{S1} + U_{S2} + \cdots + U_{Sn}$$

等效电压源端电压是所有串联电压源端电压的代数和，每个电压源端电压前面的符号取正号还是负号，应根据各电压源端电压与等效电压源端电压方向的关系确定。若与等效电压源端电压方向一致，则应在前面取正号；反之，则应取负号。

2.3.2 理想电流源并联的等效变换

当三个理想电流源并联时的电路如图 2.9(a)所示，由 KCL 得

$$I = I_{S1} + I_{S2} - I_{S3}$$

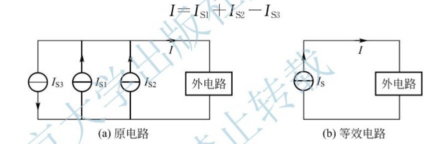


图 2.9 理想电流源并联等效电路

由上式可知，可用一个电流源 $I_S(I_S = I_{S1} + I_{S2} - I_{S3})$代替图 2.9(a)中的三个电流源，如图 2.9(b)所示。对外电路而言，流入外电路的电流 I 依然为 $I = I_S = I_{S1} + I_{S2} - I_{S3}$。因此图 2.9(b)是图 2.9(a)的等效电路。

当有 n 个电流源并联时，其等效电流源 I_S 为

$$I_S = I_{S1} + I_{S2} \cdots + I_{Sn}$$

等效电流源的输出电流是所有并联电流源输出电流的代数和，每个电流源输出电流前面的符号取正号还是负号，应根据各电流源输出电流与等效电流源输出电流方向的关系确定。若与等效电流源输出电流的方向一致，则应在前面取正号；反之，则应取负号。

2.3.3 理想电压源与理想电流源串联的等效变换

当一个理想电压源与一个理想电流源串联时，如图 2.10(a)所示。

输入到外电路的电流 I 为

$$I = I_S$$

在图 2.10(b)中，电流源 I_S 单独作用，输入到外电路的电流 $I = I_S$。因此对外电路而言，图 2.10(b)是图 2.10(a)的等效电路。

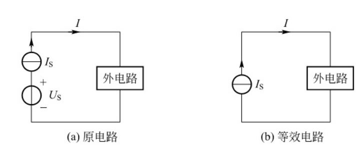


图 2.10　理想电压源与理想电流源串联

当某个器件，如电压源、电阻、电感等，跟理想电流源串联时，对外电路而言可以用该理想电流源等效替代。

2.3.4　理想电压源与理想电流源并联的等效变换

当一个理想电压源与一个理想电流源并联时，如图 2.11(a)所示，则外电路的端电压 U 为

$$U=U_S$$

在图 2.11(b)中，外电路的端电压 $U=U_S$。因此对外电路而言，理想电压源与理想电流源并联，可以用理想电压源等效代替。

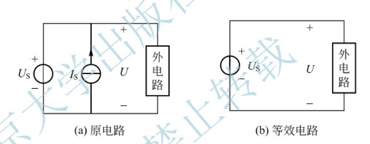


图 2.11　理想电压源与理想电流源并联

当某个器件，如电流源、电阻、电容等，与理想电压源并联时，均可以用理想电压源为其等效电路。

2.3.5　实际电压源与实际电流源的等效变换

图 2.12(a)、(b)所示为电源的两种模型，图 2.12(a)所示为实际电压源(理想电压源与内电阻的串联)，图 2.12(b)所示为实际电流源(理想电流源与内电阻的并联)。当其接上外电路时，提供给外电路的电压 U 和电流 I 一样，则两种模型可以等效变换。

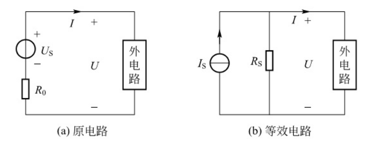


图 2.12　实际电压源和实际电流源等效变换



在图 2.12(a)中，实际电压源提供给外电路的电压

$$U=U_S-IR_0 \tag{2-18}$$

在图 2.12(b)中，实际电流源提供给外电路的电压

$$U=(I_S-I)R_S=I_SR_S-IR_S \tag{2-19}$$

若电源两个模型等效，则

$$U_S-IR_0=I_SR_S-IR_S$$

即

$$\begin{cases}U_S=I_SR_S\\ R_0=R_S\end{cases} \tag{2-20}$$

或

$$\begin{cases}I_S=\dfrac{U_S}{R_0}\\ R_S=R_0\end{cases} \tag{2-21}$$

式(2-20)表明，把实际电流源转化为实际电压源，电源内电阻的值不变，电压源的电压 U_S 为电流源的电流 I_S 与内电阻的乘积。电压源的正极应与电流源电流流出的端子相对应。

式(2-21)表明，将实际电压源转化为实际电流源，电源内电阻不变，电流源的电流 I_S 应等于电压源的电压 U_S 与内电阻之比。电流源电流流出的一端应与电压源的正极相对应。

必须指出，实际电流源与实际电压源的等效变换是只对电源的外电路而言的，即电源外电路的电压和电流之间的关系应相同；至于电源内部电路并不等效。例如，当外电路开路时，没有电流流过电压源的内阻，因此电压源不消耗功率；对电流源而言，流过电流源内阻的电流为 I_S，有功率消耗。

【例 2-6】 已知 $R_1=R_2=R_3=R_4=2\Omega$，$U_{S1}=10\text{V}$，$U_{S2}=5\text{V}$，$I_{S1}=10\text{A}$。试求图 2.13(a)中流过电阻 R_4 的电流 I。

【解】 (1) 将图 2.13(a)中的电压源与电阻的串联转换为电流源与电阻的并联，如图 2.13(b)所示，这样做是为了统一电源形式，下一步将电流源合并，进一步化简电路。

$$I_{S2}=\frac{U_{S1}}{R_1}=\frac{10}{2}\text{A}=5\text{A}$$

(2) 将两个电流源 I_{S1} 和 I_{S2} 合并为电流源 I_S，电阻 R_1 和 R_2 合并为电阻 R_0，如图 2.13(c)所示。

$$I_S=I_{S1}+I_{S2}=(10+5)\text{A}=15\text{A}$$

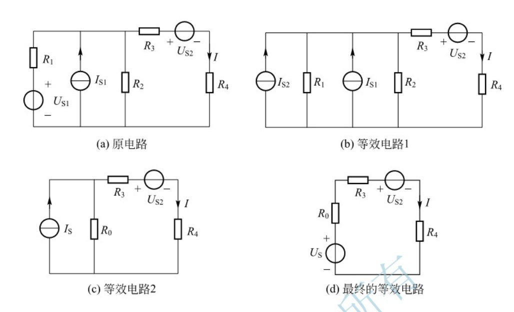
$$R_0=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{2\times2}{2+2}\Omega=1\Omega$$

(3) 将电流源 I_S 和电阻 R_0 的并联转化为电压源 U_S 与电阻 R_0 的串联，进一步统一电源形式，如图 2.13(d)所示。

$$U_S=I_SR_0=(15\times1)\text{V}=15\text{V}$$

(4) 根据 KVL 得

$$I=\frac{U_S-U_{S2}}{R_0+R_3+R_4}=\frac{15-5}{1+2+2}\text{A}=2\text{A}$$



(a) 原电路　(b) 等效电路1　(c) 等效电路2　(d) 最终的等效电路

图 2.13　例 2-6 图

【例 2-7】 求图 2.14(a)所示电路中流经电阻 R_3 的电流 I。其中：$R_1=2\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=1\Omega$，$U_{S1}=6V$，$U_{S2}=15V$，$I_S=2A$。

【解】 (1) 将电压源 U_{S1} 与电阻 R_1 串联支路转换为电流源 I_{S1} 与电阻 R_1 并联。将电压源 U_{S2} 与电阻 R_2 串联支路转换为电流源 I_{S2} 与电阻 R_2 并联，如图 2.14(b)所示。

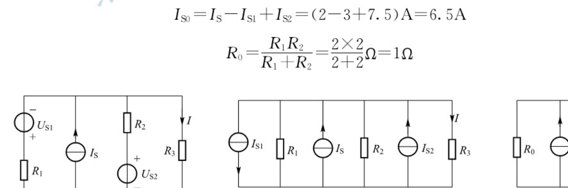
$$I_{S1}=\frac{U_{S1}}{R_1}=\frac{6}{2}A=3A$$

$$I_{S2}=\frac{U_{S2}}{R_2}=\frac{15}{2}A=7.5A$$

(2) 将三个电流源合并为一个电流源 I_{S0}，三个电阻合并为一个电阻 R。如图 2.14(c)所示。

$$I_{S0}=I_S-I_{S1}+I_{S2}=(2-3+7.5)A=6.5A$$

$$R_0=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{2\times2}{2+2}\Omega=1\Omega$$



(a) 原电路　(b) 用电流源等效替代电压源电路　(c) 最终简化电路

图 2.14　例 2-7 图

(3) 根据并联分流公式得

$$I=\frac{R_0}{R_3+R_0}I_{S0}=\left(\frac{1}{1+1}\times6.5\right)A=3.25A$$



● 电源等效变换法的核心就是统一电源形式。当电压源与电阻串联的支路与电流源并联时，应该将电压源与电阻串联的支路转换为电流源与电阻并联，这样多个电流源就可以合并为一个电流源。当电流源与电阻并联之后，再与电压源串联，可以先将电流源与电阻并联支路转换为电压源与电阻的串联支路，这样多个电压源可以合并为一个电压源。这是一般原则，解题时，可以灵活运用电源等效变换法将电路简化。

● 理想电压源和理想电流源之间不能进行等效变换。

2.4 等效电源定理

在线性电路的分析中，当电路的结构较为复杂时，电路中的节点和网孔的数目较多，且仅需要计算某条指定支路的电压或电流，而不必对所有支路进行计算分析，这时就可以利用戴维宁(Thévenin)定理或诺顿(Norton)定理。将要分析的电路部分当做外电路，而对不包括外电路的其他电路部分做简化处理，最后利用结构简单的等效电路来解决问题。

2.4.1 戴维宁定理

戴维宁定理：对外部电路而言，任何一个线性有源二端网络都可以用一个理想电压源和内阻串联的电源来等效代替。其中理想电压源的电压 U_0 为原有源二端网络的开路电压，等效电源的内阻 R_0 为原有源二端网络内部除源后，在端口得到的等效电阻。

假如在一个复杂电路中，需要求解支路 ab 两端的电压，则我们可以把支路 ab 划分出来，如图 2.15(a)所示，把电路其他的部分看作一个含有独立电源的线性两端网络(电路)A。对支路 ab 而言，可以用如图 2.15(b)所示一个电压为 U_0 的理想电压源和内阻 R_0 串联的有源支路来等效替代。这条有源支路的电压源 U_0 是网络 A 的 ab 两端开路时的开路电压，如图 2.15(c)所示；内阻 R_0 是将含源网络 A 变成无源网络 B 时(即有源二端网络 A 内部的所有独立电压源短路，所有独立电流源开路)，从 ab 两端向网络看进去的内阻，如图 2.15(d)所示。

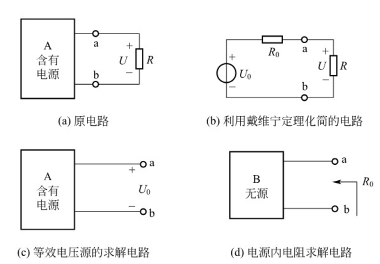


图 2.15 等效电源

【例 2-8】 用戴维宁定理计算图 2.16(a)所示电路的电流 I。

【解】 将待求支路取出，如图 2.16(b)所示。

第 1 步：求 dc 两端间的开路电压 U_0。

将 abcda 看成一个闭合回路，选顺时针作为绕行方向，由 KVL 得

$$120-U_0+20-150=0$$

解得

$$U_0=-10\text{V}$$

第 2 步：将不含待求支路的电路中的电压源短路，求此时从 dc 两端看进去的等效电阻。如图 2.16(c)所示，这时所有的电阻都被短接了，所以

$$R_0=0\Omega$$

第 3 步：不含待求支路的电路可以用电压源 U_0 与电阻 R_0 串联支路代替，并将待求支路还原，如图 2.16(d)所示。

$$I=\frac{U_0}{R_0+10}=\frac{-10}{10}\text{A}=-1\text{A}$$

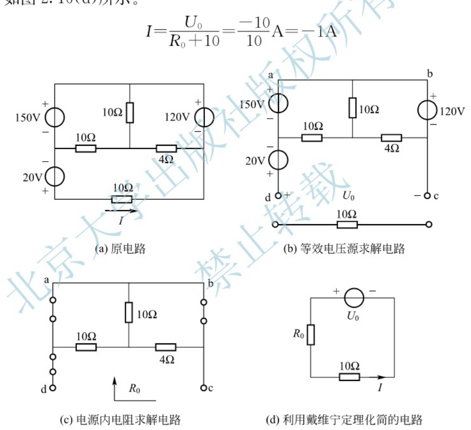


图 2.16 例 2-8 图

可见，本题用戴维宁定理来解比用支路电流法或叠加定理都简单。

【例 2-9】 试用戴维宁定理求图 2-17(a)所示电路中电流源 I_{S2} 的两端电压 U。其中 $R_1=R_2=1\Omega$，$R_3=2\Omega$，$I_{S1}=6\text{A}$，$U_S=10\text{V}$，$I_{S2}=3\text{A}$。

【解】 将待求支路取出，如图 2.17(b)所示。

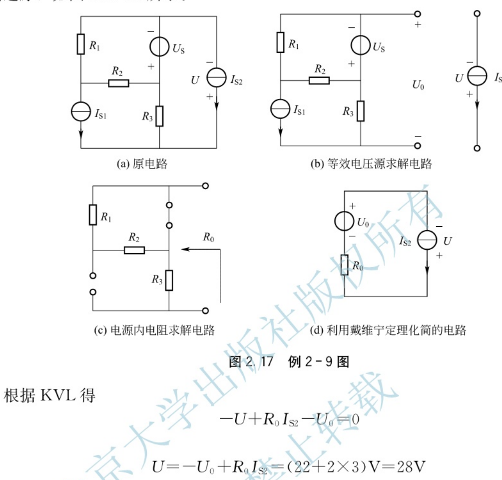
第 1 步：求取出待求支路后的开路电压 U_0。

$$U_0=-I_{S1}R_3-U_S=(-6\times2-10)\text{V}=-22\text{V}$$

第 2 步：将不含待求支路的电路中的电压源短路，电流源开路，求此时从端口看进去的等效电阻，如图 2.17(c)所示。电阻 R_1 和 R_2 被短路。

$$R_0 = R_3 = 2\Omega$$

第 3 步：不含待求支路的电路可以用电压源 U_0 与电阻 R_0 串联支路代替，并将待求支路还原，如图 2.17(d)所示。



(a) 原电路　(b) 等效电压源求解电路

(c) 电源内电阻求解电路　(d) 利用戴维宁定理化简的电路

图 2.17　例 2 - 9 图

根据 KVL 得

$$-U + R_0 I_{S2} - U_0 = 0$$

即

$$U = -U_0 + R_0 I_{S2} = (22 + 2\times 3)\text{V} = 28\text{V}$$

2.4.2　诺顿定理

诺顿定理：对外部电路而言，任何一个线性有源二端网络，都可以用一个理想电流源和内阻并联的电源来等效代替。其中理想电流源的电流 I_0 为原有源二端网络的短路电流，等效电源的内阻 R_0 为原有源二端网络内部除源后，在端口得到的等效电阻。

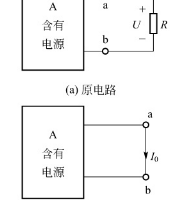
假如在一个复杂电路中，需要求解支路 ab 电阻两端的电压，如图 2.18(a)所示。可以把支路 ab 划分出来，把电路其他的部分看作一个含有独立电源的线性两端网络(电路) A。对支路 ab 而言，可以用一个电流为 I_0 的理想电流源和内电阻 R_0 并联的有源支路来等效替代，如图 2.18(b)所示。这条有源支路的理想电流源 I_0 是网络 A 的 ab 两端短路时的短路电流，如图 2.18(c)所示；内阻 R_0 的求解方法与戴维宁定理求解方法相同，如图 2.18(d)所示。

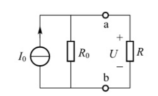
【例 2 - 10】 用诺顿定理重新求解例 2 - 7。求图 2.19(a)电路中流经电阻 R_3 的电流 I。其中 $R_1=2\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=1\Omega$，$U_{S1}=6\text{V}$，$U_{S2}=15\text{V}$，$I_S=2\text{A}$。

【解】 将待求支路取出，如图 2.19(b)所示。

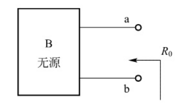
第 1 步：取出待求支路后，求短路电流 I_0。

在回路 bfecb 中，根据 KVL 得





(a) 原电路　　(b) 利用诺顿定理化简的电路



(c) 等效电流源求解电路　　(d) 电源内阻求解电路

图 2.18　诺顿定理

$$-U_{S1}+R_1I_1=0$$

解得

$$I_1=\frac{U_{S1}}{R_1}=\frac{6}{2}\text{A}=3\text{A}$$

在回路 abcda 中，根据 KVL 得

$$I_2R_2-U_{S2}=0$$

解得

$$I_2=\frac{U_{S2}}{R_2}=\frac{15}{2}\text{A}=7.5\text{A}$$

对节点 a，根据 KCL 得

$$I_1+I_0-I_S-I_2=0$$

则

$$I_0=I_S+I_2-I_1=(2+7.5-3)\text{A}=6.5\text{A}$$

第 2 步：将不含待求支路电路中的电压源短路，电流源开路，求此时从端口看进去的等效电阻。这时电阻 R_1 和 R_2 并联，如图 2.19(c)所示。

$$R_0=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{2\times2}{2+2}\Omega=1\Omega$$

第 3 步：不含待求支路的电路可以用电流源 I_0 与电阻 R_0 并联支路代替，并将待求支路还原，如图 2.19(d)所示。

$$I=\frac{R_0}{R_0+R_3}I_0=\frac{1}{2}\times6.5\text{A}=3.25\text{A}$$

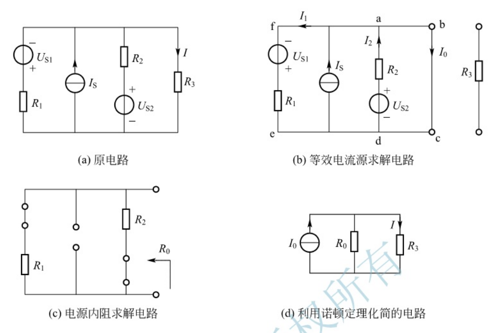
用诺顿定理求得的结果与用实际电压源和实际电流源相互转化的方法求得的结果是一样的。

此题也可采用戴维宁定理来求解，但端口开路电压比端口短路电流的求解较复杂，故采用诺顿定理来求解。

【例 2-11】 用诺顿定理求解图 2.20(a)中电阻 R 两端的电压 U。其中 $R_1=1\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=3\Omega$，$R_4=4\Omega$，$U_1=5\text{V}$，$U_2=6\text{V}$，$U_3=10\text{V}$，$U_4=20\text{V}$，$I_S=5\text{A}$，$R=1\Omega$。

【解】 将待求支路取出，如图 2.20(b)所示。





(a) 原电路　　(b) 等效电流源求解电路

(c) 电源内阻求解电路　　(d) 利用诺顿定理化简的电路

图 2.19　例 2-10 图

第 1 步：取出待求支路后，求短路电流 I_0。

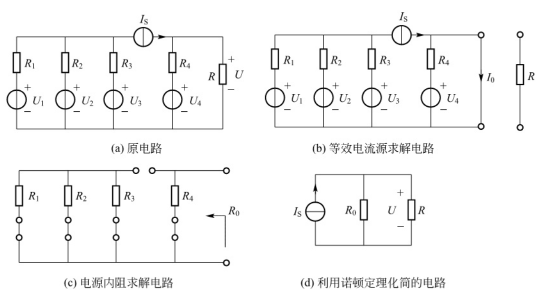
$$I_0=I_S+\frac{U_4}{R_4}=\left(5+\frac{20}{4}\right)A=10A$$

第 2 步：将不含待求支路的电路中的电压源短路，电流源开路，求此时从端口看进去的等效电阻，如图 2.20(c)所示。

$$R_0=R_4=4\Omega$$

第 3 步：不含待求支路的电路可以用电流源 I_0 与电阻 R_0 并联支路代替，并将待求支路还原，如图 2.20(d)所示。

$$U=R\frac{R_0}{R+R_0}I_S=\left(1\times\frac{4}{1+4}\times 10\right)V=8V$$



(a) 原电路　　(b) 等效电流源求解电路

(c) 电源内阻求解电路　　(d) 利用诺顿定理化简的电路

图 2.20　例 2-11 图



本题若用支路电流法或叠加定理求解都比较麻烦，因为支路数多，电源数目多，但若用诺顿定理求解，则相当简单。当然，若用戴维宁定理，则求解也很简单。

小　　结

(1) 支路电流法是以电路中的支路电流为未知量，用基尔霍夫定律列写方程，通过求解方程组，从而求出各支路电流。

对由 n 个节点，b 条支路组成的平面电路，用支路电流法求解电路的第 1 步就是确定各条支路电流的参考方向；第 2 步对 $(n-1)$ 个节点运用 KCL 列写电流方程；第 3 步选择网孔的绕行方向；第 4 步沿每个网孔的绕行方向，用 KVL 列出 $l=b-(n-1)$ 个独立方程。最后求解方程组。

(2) 叠加定理的文字表述为：在线性电路中，任何一条支路的电压或电流等于电路中各个独立电压源、独立电流源单独作用时在该支路上产生的电压或电流的代数和。

运用叠加定理求解分析电路时，应该注意如下几点。

① 在叠加定理中，所谓电源的单独作用，是假设将其他电源均除去，即将其他理想电压源短接；其他理想电流源开路，受控源和电阻保持不动。

② 叠加时注意各独立电压源、独立电流源单独作用时产生的各个支路电流、电压的参考方向与原电路的支路电流和电压所标出的参考方向是否一致。如果一致，前面取正号，否则取负号。

③ 功率的计算不能用叠加定理。

(3) 戴维宁定理与诺顿定理是电路分析的重要定理。

把待求支路取出，剩下的含源两端网络可用理想电压源与电阻串联组合等效代替(戴维宁定理)，也可用理想电流源与电阻并联组合等效代替(诺顿定理)。等效电路中理想电压源的电压为有源二端网络开路时的开路电压；等效电路中理想电流源的电流为有源二端网络短路时的短路电流；电阻是将有源二端口网络中的所有独立电压源短路、所有独立电流源开路时，从端口看进去的电阻值。

戴维宁定理和诺顿定理适用于只需求解一条支路的电压或电流的情况。

(4) 实际的电压源和实际的电流源可以进行等效变换，但它们的等效关系是对外电路而言的，对电源内部，是不等效的。

实际电压源转化为实际电流源，电源内电阻不变，电流源的电流 I_S 等于电压源的电压 U_S 与内电阻 R_0 之比。数学表达式如下

$$\begin{cases} I_S=\dfrac{U_S}{R_0} \\ R_S=R_0 \end{cases}$$

把实际电流源转化为实际电压源，电源内电阻不变，电压源的电压 U_S 为电流源的电流 I_S 与内电阻 R_S 的乘积。

$$\begin{cases} U_S=I_SR_S \\ R_0=R_S \end{cases}$$





等效电路理论的由来

线性电路的一个重要理论就是等效电路理论：不管线性电路如何复杂，对任何一个两端电路来说，此两端电路对外电路的作用类似于一个电源和一个电阻组成的电路。等效电路结构主要有两种：戴维宁等效电路和诺顿等效电路。

1853 年，德国人亥姆霍兹(Helmholtz)推导出电压源等效理论，并提出了它的应用。30 年后，法国人戴维宁(Léon Charles Thévenin)在完全不知亥姆霍兹电压源等效理论的情况下，提出了同样的理论。1926 年，美国人诺顿(Edward Lawry Norton)在贝尔实验室内部技术报告上描述了用电流源模型进行电路等效的有益应用。同一年，德国人迈耶(Hans Ferdinand Mayer)得出了同样一个结论，而且论述详细。在欧洲一些国家，等效电路理论是以这 4 个人的名字联合命名的：如亥姆霍兹-戴维宁定理(Helmholtz - Thévenin)，亥姆霍兹-诺顿定理(Helmholtz - Norton)和迈耶-诺顿定理(Mayer - Norton)等。

亥姆霍兹是 19 世纪伟大的科学家之一，他重新定义了能量守恒概念，发明了检眼镜，将物理和数学引入生理声学和光学领域进行定性分析。1853 年，亥姆霍兹出版了《动物电流实验应用的导体电流分布相关法则》一书，在该书里，他阐述了电压源等效定理。

1878 年，戴维宁加入了法国国家电信公司，并作为终身职业。1882 年，他为工程处的检察员进行培训，在授课过程中，他发现了新的方法解释已知的结论和新技术，等效电路理论就是其中之一。

迈耶在第一次世界大战腿部受伤后，就在德国国家技术大学学习物理和数学，然后去海德堡大学成为菲利普·莱纳德(1905 年诺贝尔物理学奖获得者)的助理研究员。1920 年，他获得了博士学位。1936 年，他成为西门子研究实验室的主管。除了第二次世界大战期间及战后一段时间，他一直在西门子工作，直到 1962 年退休。1926 年 11 月，迈耶发表的论文阐述了可以将电压源与电阻的串联等效电路转化为电流源与电阻的并联电路。他可能是第一个提出等效电路中的电压源的电压和电流源的电流大小分别为端口的开路电压和端口的短路电流。

1925 年，诺顿获得哥伦比亚大学电气工程硕士学位。他一直在美国西方电气公司的贝尔实验室工作，直到 1963 年退休。他一生获得 18 项专利，写了 92 份技术报告，其中 1926 年 11 月 3 日的一份报告中有一段描述了电流源等效电路。

虽然，课本上写的是戴维宁定理和诺顿定理，但是戴维宁并不是第一个提出电压源等效理论的人，诺顿也不是唯一一个提出电流源等效理论的人。在科学工程领域经常出现有些理论定理以某人的名字命名的情况，这个人并不一定是第一个提出这个理论的人，或不是唯一提出这个理论的人。

习　　题

2-1　判断题(正确的请在每小题后的圆括号内打“√”，错误的打“×”)

(1) 对外电路来讲，凡与理想电压源串联的元件均可除去。　　(　　)

(2) 当求解多条支路电流时，一般不应采用戴维宁定理来求解。　　(　　)

(3) 对于线性电路，用叠加定理求解某支路电流时，可以将各个电源单独作用时求解的电流直接相加即可。　　(　　)

(4) 用支路电流法求解支路电流时，如果某个网孔中有电流源，则我们不要以这个网

孔应用 KVL 列写电压方程，改选其他回路列写电压方程。（　　）

(5) 用戴维宁定理对线性有源二端口网络进行等效替换时，电压源和电阻串联电路对有源二端口网络和外电路而言都是等效的。（　　）

2-2　用支路电流法求解图 2.21 电路中的各个支路电流。已知：$U_{S1}=3V$，$U_{S2}=6V$，$U_{S3}=10V$，$R_1=R_4=1\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=3\Omega$，$I_S=5A$。

2-3　用支路电流法求解图 2.22 电路中的各个支路电流。已知：$U_{S1}=U_{S2}=5V$，$I_{S1}=3A$，$I_{S2}=5A$，$R_1=1\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=3\Omega$，$R_4=4\Omega$。

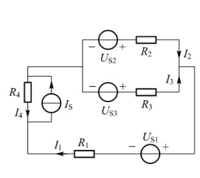


图 2.21　习题 2-2 图

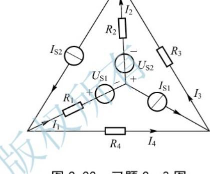


图 2.22　习题 2-3 图

2-4　如图 2.23 所示，当开关位置在“1”时，电流表的读数为 2A，当开关位置在“3”时，电流表的读数为 1A，求当开关位置在“2”时，电流表的读数为多少？已知 $U_{S1}=5V$，$U_{S2}=3V$，$I_S=10A$。

2-5　用叠加定理求解图 2.24 所示电路中的电流 I。已知 $U_S=10V$，$I_S=5A$，$R_1=R_2=R_3=R_4=6\Omega$。

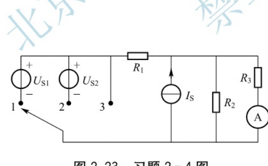


图 2.23　习题 2-4 图

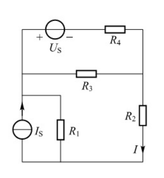
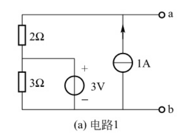
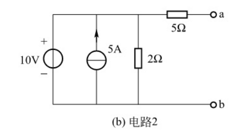


图 2.24　习题 2-5 图

2-6　求图 2.25 所示电路的戴维宁与诺顿等效电路。



(a) 电路1



(b) 电路2

图 2.25　习题 2-6 图

2-7　用戴维宁定理求图 2.26 所示电路中电阻 R_3 两端的电压 U_3。已知 $U_{S1}=10V$，$U_{S2}=5V$，$I_S=2A$，$R_1=1\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=R_4=3\Omega$。

2-8　用诺顿定理求解图 2.27 所示电路中的电流 I。已知 $U_{S1}=10V$，$U_{S2}=2V$，$I_S=5A$，$R_1=1\Omega$，$R_2=3\Omega$，$R_3=2\Omega$。

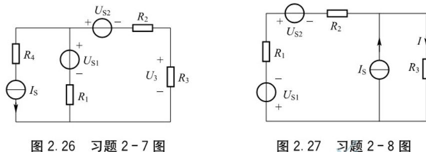
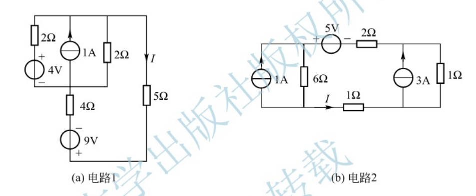


图 2.26　习题 2-7 图　　图 2.27　习题 2-8 图

2-9　用电源等效变换简化图 2.28 所示电路，并求电流 I。



(a) 电路1　　(b) 电路2

图 2.28　习题 2-9 图

第3章

一阶线性电路的暂态分析

本章主要介绍两种储能元件和换路定律，对包含单个储能元件的一阶线性电路的暂态过程进行分析，重点分析 RC 及 RL 电路的响应及一阶线性电路暂态分析的三要素法，最后对微分和积分电路进行简单介绍。



教学目标与要求

- 了解电容和电感的概念及特点。
- 掌握电路的换路定律。
- 掌握电容、电感的充放电规律。
- 了解微分电路和积分电路的基本概念。



引例

电视机或功率放大器(见图 3.0)在断开电源后，上面的发光二极管还会继续亮一段时间，然后逐渐熄灭；利用一把钥匙，就能起动汽车的汽油发动机。通过本章的学习，读者将对上述例子的奥秘有大致的了解。



图 3.0　功率放大器

3.1　储能元件

前两章所讨论的内容属于直流电路的稳态分析方法。所谓稳态，即电路的结构和元件的参数一定，电压和电流不随时间的变化而变化，电路的运行状态保持恒定。这时电路所处的状态称为稳定状态，简称稳态。

电路的工作状态对应一定的工作条件，只有保持工作条件不变，才能维持工作状态

的稳定。当原来的工作条件发生变化时，如电路接通、断开、改接及电路参数发生变化等，原稳态就不能再维持，将会变化到一个新的稳态。这些引起电路工作条件发生改变的因素称为换路。而在含有电容和电感的电路从原稳态到新稳态，往往需要经过一定的时间。这段时间是过渡阶段，称为过渡过程。过渡过程往往是暂时的，电路在过渡过程中所对应的工作状态，称为暂(瞬)态。

与稳态不同，电路的暂态过程有其特有的规律，尽管是暂时的，但有其研究价值。例如，在电力系统过渡过程中，会出现过电压或过电流现象，必须设法避免；而在电子电路中，往往又要利用暂态的这些特点。无论是避免，还是利用，都需要了解并掌握其规律。

电路中之所以有暂态现象的出现，其外在因素是电路的工作条件发生改变，即换路。但是，并非所有的电路在换路时都会出现暂态现象(如纯电阻电路就无过渡过程)。也就是说暂态过程的存在，还有其内在的因素。这内在因素就是，电路中包含储能元件——电容和电感。

通过本书1.3节的介绍，读者可以知道，电阻是耗能元件，而电容和电感是储能元件，下面将对电容元件和电感元件分别进行介绍。

3.1.1 电容元件

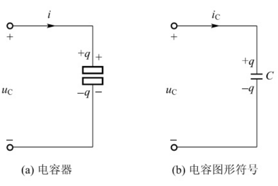
电容(capacitance)元件是表征电路中储存电场能的理想元件。实际工程中使用的电容元件称为电容器。电容器是由两个相互靠近，又彼此绝缘的导体(称为极板)构成的，如图3.1(a)所示。工程中，电容器的应用非常广泛，但工程中使用的电容器并不是一个完全理想的电容元件，因为它或多或少总会消耗一部分电能，而不是一个纯粹的储能元件。

当电容器两端加上电源后，极板上分别聚集起等量异号的电荷，建立起电场，储存电场能量。而电容参数就是反映电容元件容纳电荷能力的物理量。电容器所带的电量与两极板间电压的比值称为电容，用字母C表示。若极板间电压的参考极性与极板电荷极性一致，则有

$$C=\frac{q}{u_C} \tag{3-1}$$

式中，q表示金属极板上聚集的电荷，单位为库［仑］(C)；u_C表示两极板间的电压，单位为伏［特］(V)；电容C的单位为法［拉］(F)。由于法［拉］单位太大，工程上多采用微法(μF)或皮法(pF)。$1\mu F=10^{-6}F$，$1pF=10^{-12}F$。

若C为常数，这种电容称为线性电容；若C不是常数，这种电容称为非线性电容。本书仅讨论线性电容。电容的图形符号如图3.1(b)所示。电容C既表示电容元件，又表示这个元件的参数。



(a) 电容器　　(b) 电容图形符号

图3.1 电容

需要注意的是，虽然电容C的大小可以用式(3-1)求得，但电容器的电容C是一个与电荷q、电压u_C无关的实常数，它的大小是由电容器本身的特性决定的，这正如电阻的大小可



以由电压与电流的比值而求得，但并非由电压、电流而决定的一样。

当电容器两端的电压 u_C 随时间变化时，由于 C 是常数，则电容极板上的电荷也随之改变，于是该电容电路中便出现了电流。在图 3.1(a)所示的关联参考方向下，电流

$$i_C=\frac{dq}{dt} \tag{3-2}$$

将式(3-1)变换形式可得

$$q=Cu_C \tag{3-3}$$

将式(3-2)代入上式，便可以得到电容电压与电流的关系

$$i_C=C\frac{du_C}{dt} \tag{3-4}$$



特别提示

若电压和电流取非关联参考方向，则 $i_C=-C\frac{du_C}{dt}$。

由于线性电容元件的电容为一实常数，则由式(3-4)可知，在任何时刻，线性电容元件的电流与该时刻电压的变化率成正比。当电容两端的电压发生剧变(即 du_C/dt 很大)时，电流也很大；当电压不随时间变化(即 du_C/dt 为 0)时，则电容电路中没有电流，此时电容元件相当于开路。由于直流电路中电压不随时间变化，故电容元件有隔断直流(简称隔直)的作用。

在前面介绍的稳态直流电路中，电压和电流保持恒定，功率即为它们的乘积，是一个固定不变的值。若电压和电流取关联参考方向，则当电压和电流随时间变化时，它们的乘积称为电容所吸收的瞬时功率，用 p 来表示，也是随时间变化而变化的，即

$$p=u_Ci_C \tag{3-5}$$

将式(3-4)代入上式，可得

$$p=Cu_C\frac{du_C}{dt} \tag{3-6}$$

由式(3-6)可见，当电压正值升高时，$\frac{du_C}{dt}>0$，$p>0$，表示电容元件从外部吸收电功率，将电能转换为电场能；当电压正值降低时，$\frac{du_C}{dt}<0$，$p<0$，表示电容元件向外部输出电功率，将储存的电场能重新转化为电能。可见，电能和电场能在电容内部可以相互进行转换。随着电容两端电压的变化，电容储存电场能的过程就是电能与电场能相互转换的过程。将式(3-6)两端进行积分，可得电容储存的电场能量为

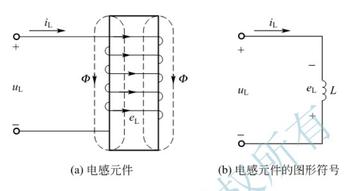
$$W=\int_0^t p\,dt=\int_0^{u_C}C\,u_C\,du_C=\frac{1}{2}C\,u_C^2 \tag{3-7}$$

式(3-7)反映了电容储存电场能的能力，电容越大，其储存电场能的能力越强。在电容 C 一定的条件下，电容两端的电压值越高，电容储存的电场能越多。所以在电容电路中，电容两端电压 u_C 的变化一定会伴随电场能量的变化，而通常能量的变化需要一个过程，不可能突变。故由式(3-7)可知，电容两端的电压 u_C 不能突变。

3.1.2 电感元件

电感元件也是一种储能元件。与电容元件的不同之处是，电容元件是表征电路中储存电场能的理想元件，而电感元件是表征电路中储存磁场能的理想元件，是实际线圈的理想化模型。

图 3.2(a)所示是一电感元件，其图形符号如图 3.2(b)所示。



(a) 电感元件　　(b) 电感元件的图形符号

图 3.2　电感

用导线制成的空心或具有铁心的线圈在工程中有广泛的应用。线圈通以电流 i_L 后将产生磁通 Φ，设线圈的匝数为 N，磁通链 $\Psi=N\Phi$，电感的参数用 L 表示，若电流和磁通的参考方向符合右手螺旋关系，则电感的表达式为

$$L=\frac{\Psi}{i_L} \tag{3-8}$$

磁通 Φ 的单位是韦［伯］(Wb)，电感 L 的单位为亨［利］(H)或毫亨(mH)。电感 L 既表示电感元件，又表示这个元件的参数。

由式(3－8)可以看出，线圈的匝数越多，其电感越大；线圈中单位电流产生的磁通越大，电感也就越大。

若电感 L 为常数，则这种电感称为线性电感；若 L 不是常数，则这种电感称为非线性电感。本书仅讨论线性电感。

当电感元件中磁通 Φ 或电流 i_L 发生变化时，将会在电感元件中产生感应电动势 e_L，在电压和电流为如图 3.2 所示的关联参考方向下，有

$$e_L=-\frac{d\Psi}{dt}=-N\frac{d\Phi}{dt}=-L\frac{di_L}{dt} \tag{3-9}$$

根据基尔霍夫电压定律可知

$$u_L+e_L=0$$

即

$$u_L=-e_L=L\frac{di_L}{dt} \tag{3-10}$$



特别提示

若电压和电流取非关联参考方向，则 $u_L=-L\frac{di_L}{dt}$。

由于线性电感元件的电感为一正的实常数，则由式(3-10)可知，在任何时刻，线性电感元件的电压与该时刻电流的变化率成正比。当流过电感的电流发生剧变(即 $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ 很大)时，电压也很大；当电流不随时间变化(即 $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t=0$)时，则电感两端电压为 0，这时电感元件相当于短路。由于直流电路中电流不随时间变化，所以电感元件有短接直流(简称短直)的作用。

若电压和电流取关联参考方向，则电感所吸收的瞬时功率为

$$p=u_{\mathrm{L}}i_{\mathrm{L}}=Li_{\mathrm{L}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}t} \tag{3-11}$$

由式(3-11)可以看出，当电流正值增大时，$i_{\mathrm{L}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}t}>0$，$p>0$，表示电感元件从外部吸收电功率，并将电能转换为磁场能；当电流正值减小时，$i_{\mathrm{L}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}t}<0$，$p<0$，表示电感元件向外部输出电功率，并将所储存的磁场能重新转化为电能。可见，电能和磁场能在电感内部可以相互进行转换。随着电感电流的变化，电感储存磁场能的过程就是电能与磁场能相互转换的过程。

将式(3-11)两端进行积分，可得电感储存的磁场能量

$$W=\int_0^t p\mathrm{d}t=\int_0^{i_{\mathrm{L}}}Li\mathrm{d}i=\frac{1}{2}Li_{\mathrm{L}}^2 \tag{3-12}$$

同样，式(3-12)反映了电感储存磁场能的能力，电感越大，其储存磁场能的能力越强。在电感一定的条件下，流过电感的电流越大，电感储存的磁场能越多。所以在电感电路中，电感电流 i_{L} 的变化一定会伴随磁场能量的变化，由于通常能量不能突变，所以电感电流 i_{L} 不能突变。

3.2 换路定律

如前所述，电容和电感存在许多共性。它们都是储能元件，电容是储存电场能的元件，其储存的能量是$\frac{1}{2}Cu_{\mathrm{C}}^2$，通过充放电的过程可以实现电能与电场能的相互转换；电感是储存磁场能的元件，其储存的能量是$\frac{1}{2}Li_{\mathrm{L}}^2$，通过电流的变化可以实现电能与磁场能的相互转换。当换路(引起电路运行条件发生改变的因素，如电路接通、断开、改接、短路、电压改变以及电路参数发生变化)时，将会使其内部存储的能量发生变化。由于通常能量不可突变，所以电容中储存的电场能$\frac{1}{2}Cu_{\mathrm{C}}^2$ 不能突变，故电容两端的电压 u_{C} 不能跳变；同理，电感中储存的磁场能$\frac{1}{2}Li_{\mathrm{L}}^2$ 也不能突变，故流过电感的电流 i_{L} 不能跳变。简言之，电容电压和电感电流在换路后的初始值等于换路前的终了值，这一规律，称为电路的换路定律。

假设换路瞬间为 $t=0$，以 $t=0_-$ 表示换路前的终了时刻，以 $t=0_+$ 表示换路后的初始时刻，则换路定律可表示为

$$\left.\begin{aligned} u_C(0_+) &= u_C(0_-) \\ i_L(0_+) &= i_L(0_-) \end{aligned}\right\} \tag{3-13}$$

处于暂态过程中的电压和电流，称为暂态量。暂态量在 $t=0_+$ 时刻的数值，称为暂态量的初始值。利用换路定律可以由换路前（$t=0_-$ 时刻）的电路来确定换路后（$t=0_+$ 时刻）u_C 或 i_L 的初始值，然后由这两个初始值再求 $t=0_+$ 时刻电路中其他暂态量的初始值。

换路后的电路在经过一定时间的暂态过程后将达到一个新的稳态，此时电压和电流的数值称为换路后的稳态值，分别用 $u(\infty)$ 和 $i(\infty)$ 表示。稳态值的求解方法应根据换路后的电路，利用稳态分析方法来求解，而与暂态过程无关。



特别提示

- 在直流稳态电路中，电容相当于开路，电感相当于短路。
- 在换路的瞬间，除电容电压 u_C 和电感电流 i_L 不能突变外，其余的电压和电流均可突变。

【例 3-1】 如图 3.3 所示。已知 $I_S=10\text{A}$，$R_1=R_2=2\Omega$，$R_3=1\Omega$，$L=1\text{H}$，$C=100\mu\text{F}$，开关 S 断开前电路已稳定。求 S 断开后电感电压的初始值。

【解】 根据换路定律，由换路前（S 闭合时）的电路求得 $t=0_-$ 时电感电流和电容电压的初始值

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$$
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$$

然后，由换路后（S 断开时）的电路，根据 KVL 可得

$$u_L(0_+)=u_C(0_+)+R_2 i_2(0_+)-R_3 i_L(0_+)$$
$$u_C(0_+)+R_2 i_2(0_+)-R_1 i_1(0_+)=0$$

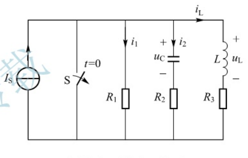


图 3.3 例 3-1 图

根据 KCL，有

$$I_S=i_1(0_+)+i_2(0_+)+i_L(0_+)$$

将 $t=0_+$ 时刻电感电流和电容电压的初始值代入，联立求解，可得

$$u_L(0_+)=10\text{V}$$

3.3 [illegible]

通过换路定律可以求得暂态量的初始值，但它仅能反映过渡过程的初始状态，而不能反映整个过渡过程的状态。从本节开始，我们要寻求电压和电流在整个过渡过程的变化规律。

本节以一个电阻和一个电容组成的简单 RC 电路为例，来分析电容电路在暂态过程中的变化规律。

3.3.1 *RC* 电路的零输入响应

所谓零输入，即指无电源激励，输入信号为零的电路。所谓响应，即指电路在外部



激励或内部储能的作用下产生的电压和电流。零输入响应就是在无电源激励，输入信号为零的条件下，仅由内部储能元件的初始储能在电路中所产生的响应。

对 RC 电路来说，其零输入响应即由电容元件的初始状态 $u_C(0_+)$ 在电路所产生的响应。由于电路中无电源激励，RC 电路中的响应完全是由换路前电容储存的电场能引起的。分析 RC 电路的零输入响应，就是分析电容的放电过程。

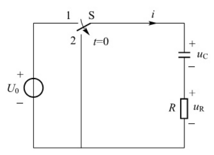


图 3.4　RC 电路的零输入响应

在图 3.4 所示的 RC 串联电路中，已知电源电压为 U_0。换路前开关 S 的位置在 1，电源对电容元件充电。此时，根据 KVL，有

$$U_0-Ri-u_C=0 \tag{3-14}$$

直流稳态时，电容 C 相当于开路，电路中电流 $i=0$，则可以得到换路前瞬间的电容电压为

$$u_C(0_-)=U_0 \tag{3-15}$$

在 $t=0$ 时开关 S 由位置 1 变换到位置 2，将电源从电路中隔离，此时电路中无外部激励，输入信号为零。根据 KVL，可以得到换路后的回路方程式

$$Ri+u_C=0 \tag{3-16}$$

式中，$i=C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$，将其代入上式，可以得 $t\geqslant0$ 时电路的微分方程

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0 \tag{3-17}$$

这是一个线性齐次微分方程，这类微分方程的通解都为指数函数，其一般形式为

$$u_C=A\cdot \mathrm{e}^{pt} \tag{3-18}$$

式中，A 为积分常数，由初始值确定，p 表示特征根。

将式(3-18)代入式(3-17)，可求得其特征根 $p=-\dfrac{1}{RC}$。

则式(3-17)的通解为

$$u_C=A\mathrm{e}^{-\frac{1}{RC}t} \tag{3-19}$$

又根据换路定律有 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0$，可以确定积分常数 $A=U_0$，代入式(3-19)得

$$u_C=U_0\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-20}$$

式中

$$\tau=RC \tag{3-21}$$

式(3-21)中，电阻 R 的单位为欧［姆］(Ω)，电容 C 的单位为法［拉］(F)，τ 的单位为秒(s)。因为 τ 具有时间的量纲，所以称为 RC 电路的时间常数。时间常数的大小决定了 u_C 衰减的快慢。时间常数 τ 越大，u_C 衰减得越慢。因为在初始电压 U_0 一定的条件下，电容 C 越大，则储存的电荷越多，而电阻 R 越大，则放电电流越小，这都促使放电过程延长。反之，τ 越小，u_C 衰减得越快，放电过程越短。当 $t=\tau$ 时，可求得 $u_C=U_0\mathrm{e}^{-1}=36.8\%\times U_0$，所以 τ 的物理意义就是电压 u_C 衰减到初始值的 36.8%时所需要的时间。

由式(3-20)可以看出，换路后，u_C 的初始值为 U_0，然后按指数规律衰减而趋近于零。其随时间的变化曲线如图 3.5 所示。



理论上，电路需要经过$\tau\to\infty$的时间才会到达新的稳态。但是，由于指数曲线开始变化较快，而后逐渐缓慢。工程上一般认为，换路后时间经过$(3\sim5)\tau$后，放电过程便基本结束，此时电容电压已衰减至$(0.05\sim0.007)u_C(0_+)$。

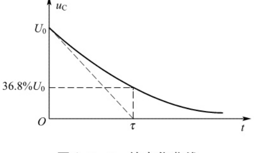


图 3.5 u_C 的变化曲线

另外，可求出 RC 电路中 $t\geqslant0$ 时电容器的放电电流 i 和电阻 R 两端的电压 u_R，即

$$i=C\frac{du_C}{dt}=-\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (3-22)$$

$$u_R=Ri=-U_0e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (3-23)$$

上述两式中的负号表明，电流 i 和电阻两端电压 u_R 的实际方向与图 3.4 所标明的参考方向相反。而且 i 和 u_R 在换路瞬间($t=0$)时，由原来的零值分别跳变到$\frac{U_0}{R}$和 U_0，然后再按指数规律衰减而趋于零。可见，在 RC 电路中，只有电容两端的电压在换路时不能突变，其他响应在换路瞬间均可能突变。

以上分析电容放电过程的方法称为经典法。所谓经典法，就是列写微分方程，求解微分方程，然后确定积分常数的方法。

电视机或功率放大器，在断开电源后，上面的发光二极管还会继续亮一段时间，然后熄灭，这是因为电视机和功率放大器内部含有用于滤波的电容器，电容器事先储存了电能，拔掉插头后电容器进行放电，为发光二极管提供电能，随着暂态过程的结束，电容两端电压逐渐衰减为零，发光二极管也随之熄灭。这就是一个现实中的 RC 电路的零输入响应。

3.3.2 *RC* 电路的零状态响应

所谓零状态响应，即储能元件换路前未储存能量［$u_C(0_-)=0$］，在此条件下，由外加电源激励而在电路中所产生的响应，称为零状态响应，如图 3.6 所示。

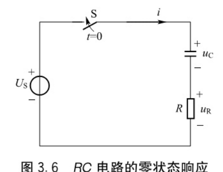


图 3.6 *RC* 电路的零状态响应

前面介绍的零输入响应是 RC 电路的放电过程，而零状态响应实际上是 RC 电路的充电过程。如图 3.6 所示，在 $t=0$ 时刻将开关 S 闭合，在此之前 $u_C=0$，电容无储能。开关 S 闭合后电路与恒定电压为 U_S 的电压源接通，对电容元件开始充电，下面以 $u_C(t)$为待求量求解充电过程的规律。

换路后($t\geqslant0$)，根据 KVL，有

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=U_S \qquad (3-24)$$

这是一个一阶常系数线性非齐次微分方程，其通解为对应的齐次方程的通解加上它的任一特解。由式(3-19)知其对应齐次方程的通解为 $u_C=Ae^{-\frac{1}{RC}t}$。特解可根据换路后的稳态电路求得



$$u_C(\infty)=U_S$$

故通解为

$$u_C=Ae^{-\frac{1}{RC}t}+U_S \tag{3-25}$$

将初始条件 $u_C(0_+)=0$ 代入上式，可得

$$A=-U_S$$

可得

$$u_C=-U_Se^{-\frac{t}{RC}}+U_S=U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{3-26}$$

另外，可求得电路中的电容电流和电阻电压

$$i=C\frac{du_C}{dt}=\frac{U_S}{R}e^{-\frac{t}{RC}}=I_Se^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-27}$$

$$u_R=Ri=U_Se^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-28}$$

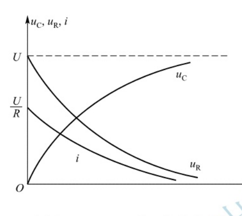


图 3.7　u_C、u_R 及 i 的变化曲线

u_C、i 和 u_R 随时间变化的曲线如图 3.7 所示。

由图 3.7 可见，u_C 是由初始值为零随时间按指数规律逐渐增长，最终趋于稳态值 U_S；充电电流 i 在 $t=0$ 时发生突变，由零跳变到 I_S，然后按指数规律衰减而趋于零。电容充电的快慢，取决于电路的时间常数 $\tau=RC$，τ 越大，充电越慢，与放电过程相似，工程上一般认为，换路后时间经过(3～5)τ 后，充电过程基本结束。

3.3.3　*RC* 电路的全响应

所谓全响应，是指电源激励和储能元件的初始状态均不为零时的电路响应。对图 3.8 所示的 RC 电路而言，就是电容 C 在换路前已储存了一定的能量，即 $u_C(0_-)$不为零，且存在外在电源激励 U_S。根据线性电路的叠加原理，全响应可以看作是零输入响应和零状态响应两者的叠加。

如图 3.8 所示，开关 S 原来在位置 1，电路已稳定，此时 $u_C(0_-)=U_0$。换路后，开关 S 改合到位置 2，电源由 U_0 跃变为 U_S，该电路的全响应又称阶跃全响应。因为全响应可以看作是零输入响应和零状态响应两者的叠加，所以利用前面介绍的知识可以直接求得

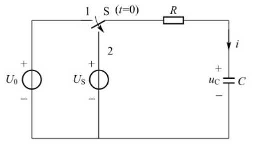


图 3.8　*RC* 电路的全响应

$$u_C=U_0e^{-\frac{t}{\tau}}+U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-29}$$

式中，右侧第一项为稳态分量，不随时间而改变，第二项为暂态分量，仅在暂态过程中出现，随时间的增加而衰减，当电路到达新的稳态后完全消失。

电容电流也可求得

$$i=C\frac{du}{dt}=-\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{U_S}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{U_S-U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}=(I_S-I_0)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-30}$$

可见，电路中电压和电流的变化规律与 U_S 和 U_0 的相对大小有关。若 U_0 小于 U_S，则换路后电容充电，变化规律与零状态响应相似；若 U_0 大于 U_S，则换路后电容放电，变化规律与零输入响应相似。实际上，零输入响应和零状态响应都可以看作是全响应的一种特殊情况。若 $U_S=0$，则为零输入响应；若 $U_0=0$，则为零状态响应。

【例 3-2】 在图 3.8 所示电路中，已知 $U_0=10\text{V}$，$U_S=20\text{V}$，$R=10\text{k}\Omega$，$C=20\mu\text{F}$，开关长期处在位置 1，若在 $t=0$ 时刻将开关置到位置 2 后，求电容 C 上的电压 u_C 达到 15V 所需时间以及此时的电容电流。

【解】 该电路的时间常数

$$\tau=RC=10\times10^3\times20\times10^{-6}=0.2\text{s}$$

当 $u_C=15\text{V}$ 时，根据式(3-29)，有

$$15=20+(10-20)\text{e}^{-\frac{t}{0.2}}$$

整理后为

$$\text{e}^{-5t}=0.5$$

求解，得

$$t=-\frac{1}{5}\ln0.5\approx0.139\text{s}$$

根据式(3-30)，此时电容电流为

$$i_C=\frac{U_S-U_0}{R}\text{e}^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{20-10}{10\times10^3}\text{e}^{-\frac{0.139}{0.2}}=0.5\text{mA}$$

3.4 电感电路的响应

本节将以一个电阻和一个电感组成的简单 RL 电路为例，来分析电感电路在暂态过程中的变化规律。

3.4.1 *RL* 电路的零输入响应

对 RL 电路来说，其零输入响应即由电感元件的初始状态 $i_L(0_+)$ 在电路中所产生的响应。由于电路中无电源激励，RL 电路中的响应完全是由换路前电感储存的磁场能引起的。

在图 3.9 所示的 RL 串联电路中，已知电源电压为 U_0。换路前开关 S 的位置在 1，电源对电感元件充电。此时，根据 KVL，有

$$U_0-Ri_L-u_L=0 \tag{3-31}$$

直流稳态时，电感 L 相当于短路，即 $u_L=0$，则可以得到换路前瞬间的电感电流为

$$i_L(0_-)=\frac{U_0}{R} \tag{3-32}$$

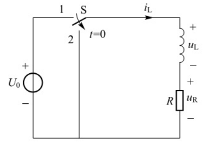


图 3.9 *RL* 电路的零输入响应

在 $t=0$ 时开关 S 由位置 1 变换到位置 2，将电源从电路中隔离，此时电路中无外部激励，输入信号为零。根据 KVL，可得换路后的回路方程式

$$Ri_L+u_L=0 \tag{3-33}$$

式中，$u_L = L\frac{di_L}{dt}$，将其代入上式可得 $t\geqslant 0$ 时电路的微分方程

$$Ri_L + L\frac{di_L}{dt} = 0 \tag{3-34}$$

这是一个线性齐次微分方程，参照对式(3－17)的求解方法，可得式(3－34)的通解

$$i_L = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-35}$$

式中

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{3-36}$$

同样，τ 的单位为秒(s)，具有时间的量纲，是 RL 电路的时间常数。时间常数 τ 越大，暂态过程越慢，因为 L 越大，则储存的磁场能越多；而电阻 R 越小，则在初始电压 U_0 一定的条件下，初始电流 $\frac{U_0}{R}$ 越大，这都促使过渡过程延长；反之，τ 越小，i_L 衰减得越快，过渡过程越快。可见，改变电路参数的大小，可以影响暂态过程的快慢。

由式(3－34)还可以求出 $t\geqslant 0$ 时电阻元件和电感元件上的电压

$$u_L = L\frac{di_L}{dt} = -RI_0e^{-\frac{t}{\tau}} = -U_0e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-37}$$

$$u_R = Ri_L = RI_0e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-38}$$

它们的变化曲线如图 3.10 所示。

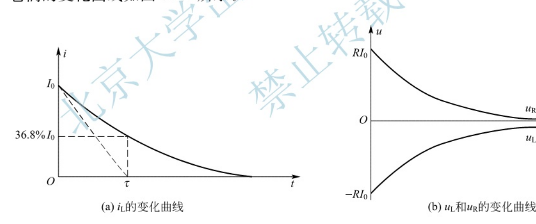


图 3.10　i_L，u_L 和 u_R 的变化曲线

需要注意的是，在图 3.11 所示电路中，当开关 S 由位置 1 切换到位置 2 时，此时由于电流变化率$\left(\frac{di_L}{dt}\right)$较大，故电感 L 的自感电动势 $e_L\left(=-L\frac{di_L}{dt}\right)$很大，在开关 S 切换时此电动势有可能导致位置 1、2 处的触点被击穿(即绝缘被破坏，相当于短路)，使触点被烧坏。为防止这种情况发生，可在电感较大的线圈两端并联一个反向连接的二极管，如图 3.11 所示。二极管具有单向导

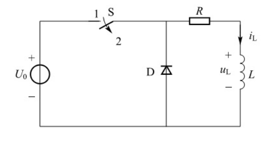


图 3.11　用二极管防止过电压

电性，它不会影响电路的正常工作，但在开关S由位置1断开时，可以给电感线圈提供放电回路，避免过电压的发生。另外，一般情况下，在线圈与电源断开之前，应该将与线圈并联的测量仪表与电路都事先断开。

3.4.2　*RL* 电路的零状态响应

对图3.12所示的 *RL* 电路来说，$t=0$ 时，开关S闭合，在此之前电感无储能，即 $i_L(0_-)=0$。在此条件下，由外加电源激励而产生的电路的响应，称为 *RL* 电路的零状态响应。

下面就以图3.12所示的电路为分析对象，以 $i_L(t)$ 为待求量求解 *RL* 电路的零状态响应。

换路后($t\geqslant0$)，根据KVL，有

$$Ri_L+L\frac{di_L}{dt}=U_S \tag{3-39}$$

解得

$$i_L=\frac{U_S}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})=\frac{U_S}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{3-40}$$

图3.12　*RL* 电路的零状态响应

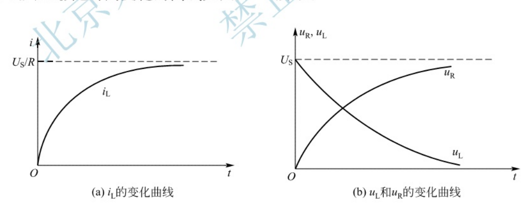
式中，时间常数 τ 可由式(3-36)求得。

另外可求得电路中的电感电压和电阻电压

$$u_L=L\frac{di_L}{dt}=U_Se^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-41}$$

$$u_R=Ri=U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{3-42}$$

i_L、u_L 和 u_R 随时间变化的曲线如图3.13所示。



(a) i_L的变化曲线　　(b) u_L和u_R的变化曲线

图3.13　i_L、u_L 和 u_R 的变化曲线

3.4.3　*RL* 电路的全响应

如前所述，全响应就是电源激励和储能元件的初始状态均不为零时电路的响应。对图3.14所示的 *RL* 电路而言，就是电感 L 在换路前已储存了一定的能量，即 $i_L(0_-)$ 不为零，且存在外在电源激励 U_S。根据线性电路的叠加原理，全响应可以看作是零输入响应和零状态响应两者的叠加。

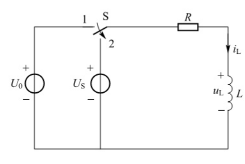


图 3.14　*RL* 电路的全响应

以图 3.14 所示的电路为分析对象，以 $i_L(t)$ 为待求量，$t=0$ 时开关 S 由位置 1 变换到位置 2，$i_L(0_-)=I_0=\frac{U_0}{R}$，参照 3.3.3 节的分析方法，可得到 *RL* 电路的全响应

$$i_L=I_0 e^{-\frac{R}{L}t}+\frac{U_S}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})=\frac{U_S}{R}+\left(I_0-\frac{U_S}{R}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-43}$$

电感和电阻两端的电压也可求得

$$u_L=L\frac{di_L}{dt}=(U_S-U_0)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-44}$$

$$u_R=Ri=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-45}$$

与 *RC* 电路的全响应相似，*RL* 电路中各量的变化规律与 U_S 和 U_0 的相对大小有关。若 U_0 小于 U_S，变化规律与零状态响应相似；若 U_0 大于 U_S，变化规律与零输入响应相似。

3.5　一阶线性电路的三要素法

前面介绍的 *RC* 电路和 *RL* 电路均为只含有一个储能元件的线性电路，其微分方程都是一阶常系数线性微分方程，这种只含有一个储能元件或经等效化简后含有一个储能元件的线性电路称为一阶线性电路。由前面的分析可知，只要是一阶线性电路，不论繁简，换路后电路在外部激励和内部储能的共同作用下所产生的响应 $f(t)$，都是从各自的初始值 $f(0_+)$ 开始，按一定的指数规律逐渐增长或衰减，直至到达新的稳态值 $f(\infty)$ 终止，并且在同一电路中各种电量的响应均按同一指数规律变化。

通过对全响应的分析可知，一阶线性电路的全响应是由稳态分量和暂态分量叠加而成的，即

$$f(t)=f(\infty)+A\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-46}$$

初始值为 $f(0_+)$，将 $t=0_+$ 代入式(3-46)得

$$f(0_+)=f(\infty)+Ae^{-\frac{0_+}{\tau}}$$

即

$$A=f(0_+)-f(\infty)$$

所以，式(3-46)可改写成

$$f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3-47}$$

式(3-47)就是分析一阶线性电路暂态过程中任意变量的一般公式。只要确定了电路中的初始值 $f(0_+)$、稳态值 $f(\infty)$ 和时间常数 τ，那么一阶线性电路的暂态过程也就完全确定了。所以将初始值 $f(0_+)$、稳态值 $f(\infty)$ 和时间常数 τ 称为一阶线性电路暂态分析的三要素，称式(3-47)为一阶线性电路暂态分析的三要素公式。



利用三要素法不但可以求解 u_C 和 i_L，而且可以对一阶线性电路中的其他任何待求响应进行直接求解。

对于 $f(0_+)$ 和 $f(\infty)$，如前所述，可以利用换路定律和稳态分析方法进行求解。对于时间常数 τ，关键是求等效电阻 R，下面介绍一种常用的求解方法——除源等效法。具体方法就是：先将换路后的有源网络转换成无源网络(恒压源短路，恒流源开路，电路结构不变)，然后再从储能元件两端往里看，求出等效电阻 R 后，再由式(3-21)或式(3-36)求出时间常数 τ。



特别提示

- 一阶线性电路只能含有一个储能元件或等效成一个储能元件。
- 由于电容电压和电感电流的初始值可以方便的根据换路定律求得，故在求解电路的响应时，可先求出电容电压和电感电流，然后再根据电路的分析方法求出其他响应，这样处理往往可以简化求解过程。

【例 3-3】 试求如图 3.15 所示电路的时间常数 τ。已知 $U_S=18\text{V}$，$R_1=180\Omega$，$R_2=90\Omega$，$R_3=50\Omega$，$C_1=4\mu\text{F}$，$C_2=C_3=2\mu\text{F}$。

【解】 利用除源等效法进行求解，将有源网络转换为如图 3.16 所示电路。

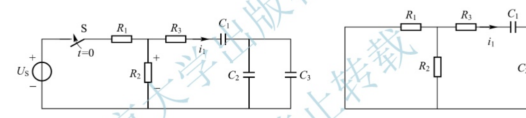


图 3.15 例 3-3 图　　图 3.16 例 3-3 图转换后的无源网络

因待求量为 i_1，可将电阻部分和电容部分用串/并联方法化简，其等效电阻、等效电容和时间常数分别为

$$R=R_1/\!/R_2+R_3=180/\!/90+50=110\Omega$$

$$C=\frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}=\frac{4\times4}{4+4}=2\mu\text{F}$$

$$\tau=RC=220\mu\text{s}$$

【例 3-4】 在图 3.17 所示电路中，换路前电路已处于稳态，在 $t=0$ 时刻将开关 S 闭合，求换路后的 $u_C(t)$。

【解】 (1) 确定初始值。由换路前的电路求得

$$u_C(0_+)=2\times1=2\text{V}$$

(2) 确定稳态值。由换路后的电路求得

$$u_C(\infty)=\frac{2}{2+1}\times1=0.667\text{V}$$

(3) 确定时间常数。

$$\tau=RC=\frac{2}{3}\times3=2\text{s}$$

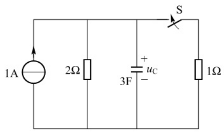


图 3.17 例 3-4 图

(4) 求出待求响应。

$$
\begin{aligned}
u_C(t) &= u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \\
&= 0.667+[2-0.667]e^{-\frac{t}{2}} \\
&= (0.667+1.33e^{-0.5t})\text{V} \quad (t \geqslant 0)
\end{aligned}
$$

*3.6　微[illegible]路

3.6.1　矩形脉冲激励

在实际生产中，经常会见到如图 3.18 所示的波形，此波形称为矩形脉冲信号，而发出此波形的激励为矩形脉冲激励。其中 U_S 为脉冲幅度，t_d 为脉冲宽度，T 为脉冲周期。当用矩形脉冲激励作为 RC 串联电路的激励源时，选取不同的电路时间常数，可以得到不同的输出波形，输入电压和输出电压之间也可以构成积分或微分的特定关系。

3.6.2　微分电路

在图 3.19 所示电路中，u_1 是一矩形脉冲激励源，响应是电阻两端的电压，即 $u_2=u_R$，$u_2(0_-)=0$，电路时间常数 τ 远远小于脉冲信号的脉宽 t_d。

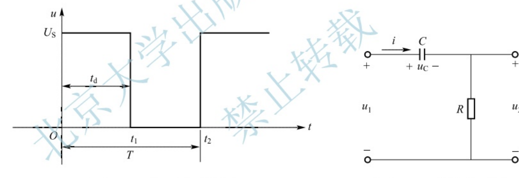


图 3.18　矩形脉冲信号　　　图 3.19　微分电路图

根据图 3.18 所示的激励脉冲信号的特性，在 $t<0$ 时，$u_1=0$，电路中无电流，故 $u_C(0_-)=0$。在 $t=0$ 时刻，u_1 突变到 U_S，在 $0<t<t_1$ 期间，$u_1=U_S$，相当于在 RC 串联回路上加了一个恒压源，不难看出，这相当于前面介绍的 RC 电路零状态响应，有

$$u_C(t)=U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

根据 KVL，在图 3.19 所示电路中有 $u_C(t)+u_2(t)=u_1(t)$

把 $u_C(0_+)=0$，$u_1(0_+)=U_S$ 代入，可知 $u_2(0_+)=U_S$，即电阻两端输出电压产生了突变，从 0 跳变到 U_S。

由于 $\tau \ll t_d$，故电容充电极快，当 $t=3\tau$ 时，可认为暂态过程结束，此时有

$$u_C(3\tau)\approx U_S, \quad u_2(3\tau)\approx 0$$

故在 $0<t<t_1$ 期间，电阻两端输出一个正的尖脉冲，如图 3.20 所示。

在 $t=t_1$ 时刻，u_1 由 U_S 跳变为 0，在 $t_1<t<t_2$ 期间，有 $u_1=0$，相当于将 RC 串联电路短接，不难看出，这相当于前面介绍的 RC 串联电路的零输入响应，即



$$u_C(t)=u_C(t_1)e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$$

当 $t=t_1$ 时，有 $u_C(t_1)=U_S$，根据 KVL，可得 $u_2(t_1)=-u_C(t_1)=-U_S$

又由于 $\tau \ll t_d$，故电容放电极快，可认为再经历 3τ 后，暂态过程结束，此时 $u_2 \approx 0$。

故在 $t_1<t<t_2$ 期间，电阻两端就输出一个负的尖脉冲，如图 3.20 所示。

由于 u_1 是一周期性的矩形脉冲激励源，故 u_2 输出也就为同一周期的正负尖脉冲。这种尖脉冲反映了输入矩形脉冲的跃变部分，是对矩形脉冲微分的结果，因此称这种电路为微分电路。

综上所述，RC 微分电路应满足 3 个条件：①激励为一周期性矩形脉冲；②电路时间常数远小于脉冲宽度，即 $\tau \ll t_d$，一般 $\tau<0.2t_d$；③响应是电阻两端的电压。

微分电路的应用十分广泛，在数字电路中常应用它把矩形脉冲变为尖脉冲，作为触发信号。

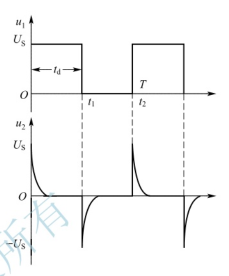


图 3.20 微分电路输入电压和输出电压的波形

3.6.3 积分电路

与微分电路相对应的是积分电路。如图 3.21 所示，同样是 RC 串联电路，但当条件不同时，所得结果也完全不同。

在 3.21 所示电路中，激励源 u_1 仍为矩形脉冲激励，但响应是电容两端的电压，即 $u_2=u_C$，且电路积分常数 τ 远大于脉冲信号的脉宽 t_d。

仿照微分电路的分析方法，在 $t<0$ 时，$u_C(0_-)=0$。在 $t=0$ 时刻，u_1 突变到 U_S，在 $0<t<t_1$ 期间，$u_1=U_S$，相当于 RC 电路零状态响应，有

$$u_C(t)=U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

由于 $\tau \gg t_d$，故电容充电极慢，当 $t=t_1$ 时，暂态过程尚未结束，此时，$u_C(t_1)<U_S$，电容电压尚未增长到稳定值时，输入信号已发生了突变，从 U_S 跳变为 0。

在 $t_1<t<t_2$ 期间，有 $u_1=0$，相当于 RC 串联电路的零输入响应，即

$$u_C(t)=u_C(t_1)e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$$

电容将从 $u_C(t_1)$ 开始放电，又因为 $\tau \gg t_d$，电容放电极慢，当 $t=t_2$ 时，暂态过程尚未结束，即电容电压尚未衰减到 0，此时 u_1 又发生突变由 0 跳变为 U_S 并周而复始的进行。这样，在输出端就得到一个锯齿波信号，如图 3.22 所示。

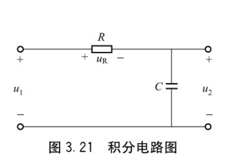


图 3.21 积分电路图

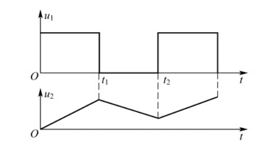


图 3.22 积分电路的输入电压和输出电压波形

由图 3.22 可以看出，时间常数 τ 越大，充放电过程越缓慢，所得锯齿波电压的线性越好。还可看出，输出电压 u_2 是对输入电压 u_1 积分的结果，因此称这种电路为积分电路。

综上所述，RC 积分电路同样应满足三个条件：①激励为一周期性矩形脉冲；②电路时间常数远大于脉冲宽度，即 $\tau \gg t_d$；③响应是电容两端的电压。

在数字电路中，常应用积分电路把矩形脉冲变换为锯齿波电压，用于示波器、显示器等设备的扫描。

3.7 应用实例

RC 和 RL 电路在许多电子设备中都很常用，如微分器、积分器、延时电路、继电器电路以及本书第 11 章直流稳压电源中将要介绍的滤波器等。都是利用了 RC 和 RL 电路在换路瞬间能量不能突变，以及时间常数可控的特点。本节将要介绍两个相关的例子。

3.7.1 照相闪光灯装置

电子闪光灯是 RC 电路应用的一个例子，它利用了换路瞬间电容器的电压不能突变，以及时间常数短的特点，瞬间产生强电流，使闪光灯动作。

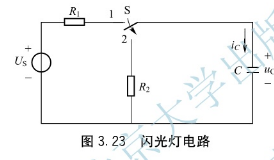
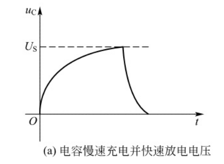


图 3.23　闪光灯电路

图 3.23 所示为这样一个简化电路，它是由一个直流高压源 U_S、一个限流大电阻 R_1 和一个与闪光灯并联的电容器 C 组成，闪光灯由电阻 R_2 表示，开关处于“1”时，时间常数 $\tau_1 = R_1C$ 很大，电容器充电较慢。

如图 3.24(a)所示，电容器的端电压由 0 逐渐增加到 U_S，而其电流逐渐由 $I_1 = \dfrac{U_S}{R_1}$ 下降到 0。充电时间近似地需要 $t_1 = 5\tau_1 = 5R_1C$。当开关 S 由“1”切换到“2”时，电容器的电压不能突变，通过电阻 R_2 放电，放电时间常数 $\tau_2 = R_2C$，由于闪光灯的低电阻 R_2，放电时间常数很小，电容器的电压通过电阻 R_2 很快放电完毕，在很短的时间里产生很大的放电电流，使闪光灯闪亮，其峰值电流 $I_2 = \dfrac{U_S}{R_2}$，如图 3.24(b)所示，放电时间近似为 $t_2 = 5\tau_2 = 5R_2C$。



(a) 电容慢速充电并快速放电电压

(b) 电容慢速充电并快速放电电流

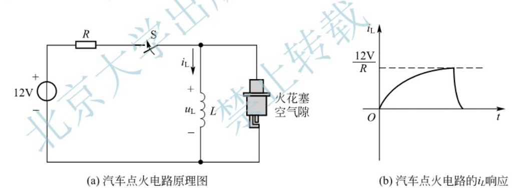
图 3.24　闪光灯电路的 u_C 和 i_C 变化曲线

因此，图 3.23 所示的简单 RC 电路能产生短时间的大电流脉冲，这一类电路还可用于电子枪和雷达发射管等装置中，其工作原理是相同的。

3.7.2 汽车点火电路

汽车点火电路是 RL 电路应用的一个例子。汽车的汽油发动机起动时要求气缸中的燃料空气混合体在适当时候被点燃，该装置为点火塞，如图 3.25(a)所示，它基本是一对电极，间隔一定的空气隙。若在两个电极间出现一个高压(几千伏)，则空气隙中会产生火花而点燃发动机。汽车电池只有 12V，为获得这么高的电压，可以利用换路瞬间电感电流不能突变的特点，在很短的时间内产生很大的感应电动势加在两个电极间，产生火花点燃发动机。

图 3.25(a)中电感 L 为点火线圈，R 为限流电阻，S 为点火开关，当点火开关闭合时，流过电感线圈的电流逐渐增加，电能转换成磁场能储存在电感线圈中，达到稳态时，电感相当于短路，充电的时间常数 $\tau=\dfrac{L}{R}$，此时达到稳态的时间约为 $t=5\tau=5\dfrac{L}{R}$。若开关突然断开，电感中的电流在很短的时间内过渡到零，如图 3.25(b)所示，同时在电感两端产生一个很高的电压 $u=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$加在空气隙两端，产生电火花或电弧，直到放电过程中电感的能量被消耗完为止，此时已点燃发动机。在实验室中进行电感电路实验或研究时，经常会发生，产生的电火花使人有电击的感觉。



(a) 汽车点火电路原理图　　(b) 汽车点火电路的i_L响应

图 3.25　汽车点火电路

小　　结

本章主要介绍了储能元件的元件特性、换路定律、一阶线性电路的零状态响应、零输入响应、全响应的分析，从而归纳出一阶线性电路暂态分析的三要素法，现总结如下。

1. 储能元件及其电路响应

储能元件包括电容和电感，两者有很多相似之处，而它们组成的 RC 电路和 RL 电路也有很多类似的地方，可利用表 3-1 对比记忆。

2. 一阶线性电路暂态分析的三要素法及其求解

任何一阶线性电路的响应都可以归纳成如下公式

表 3-1　电容和电感对比表

类别＼元件	电　容	电　感
储存能量类型	电场能	磁场能
参数	$C=\frac{q}{u}$	$L=\frac{\Psi}{i}$
单位	法［拉］(F)，μF，pF	亨［利］(H)，mH
储存能量大小	$\frac{1}{2}Cu_{C}^{2}$	$\frac{1}{2}Li_{L}^{2}$
电压与电流的关系	$i_{C}=C\frac{du_{C}}{dt}$	$u_{L}=L\frac{di_{L}}{dt}$
在直流电路中的作用	隔直，$i_{C}=0$	短直，$u_{L}=0$
换路定律	$u_{C}(0_{+})=u_{C}(0_{-})$	$i_{L}(0_{+})=i_{L}(0_{-})$
时间常数	$\tau=RC$	$\tau=\frac{L}{R}$
零输入响应	$u_{C}=U_{0}e^{-\frac{t}{\tau}}$	$i_{L}=I_{0}e^{-\frac{t}{\tau}}$
零状态响应	$u_{C}=U_{S}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$	$i_{L}=I_{S}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$
全响应	$u_{C}=U_{S}+(U_{0}-U_{S})e^{-\frac{t}{\tau}}$	$i_{L}=I_{S}+(I_{0}-I_{S})e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$f(t)=f(\infty)+[f(0_{+})-f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

式中，初始值 $f(0_{+})$、稳态值 $f(\infty)$ 和时间常数 τ 是确定任何一阶电路阶跃响应的三要素。其中，对初始值 $f(0_{+})$ 的求解是利用换路定律，先根据换路之前的电路求出电容两端电压或电感电流，然后再根据换路后的电路求出其他响应的初始值；对稳态值 $f(\infty)$ 的求解是根据换路后的电路用稳态法进行求解；对时间常数 τ，对于简单电路可直接套用公式求解，对于较复杂的电路，可利用除源等效法进行求解。



动态电路的瞬态分析方法

分析动态电路的瞬态响应可以采用两种方法。一种方法是时域分析法，即根据电路基本定律列写关于电压和电流的微分方程，然后再求解该微分方程。这种方法必须根据电压和电流及各阶导数的初始值确定积分常数，而对于含有多个动态元件的电路，确定这些初始值的工作量是相当大的。另一种方法是复频域分析法，即先利用拉普拉斯变换将时域内复杂的微分方程变换为复频域内简单的代数方程，从而求出待求响应的象函数，再取拉普拉斯反变换求出待求响应的时域函数。这种方法特别适用于对高阶动态电路过渡过程的分析。

习　　题

3-1　填空题

(1) 电路中从电源输入的信号统称为(　　)。



(2) 按照产生响应原因的不同，响应可以分为(　　)、(　　)和(　　)。

(3) 暂态过程产生的外因是(　　)，产生的内因是(　　)。

(4) 电容元件是表征电路中(　　)储存的理想元件，电感元件是表征电路中(　　)储存的理想元件。

(5) 一阶电路暂态分析中的三要素是指待求响应的(　　)、(　　)和(　　)。

(6) 三要素公式的数学表达式为(　　　　　　　　　　　　　　)。

3-2　多项选择题

(1) 下列说法正确的是(　　)。

A. 电感两端的电压不会突变　　B. 电容两端的电压不会突变

C. 流过电感的电流不会突变　　D. 流过电容的电流不会突变

(2) RC 电路的充电过程可能是(　　)。

A. 零输入响应　　B. 零状态响应　　C. 全响应

(3) 在求解时间常数 τ 时，下列公式正确的是(　　)。

A. $\tau=\dfrac{L}{R}$　　B. $\tau=\dfrac{R}{L}$　　C. $\tau=RC$　　D. $\tau=\dfrac{1}{RC}$

(4) 在利用除源等效法求解一阶电路的时间常数时，电压源和电流源的处理方式是(　　)。

A. 电压源短路，电流源开路　　B. 电压源开路，电流源短路

C. 电压源短路，电流源短路　　D. 电压源开路，电流源开路

(5) 已知一个电感电流的变化规律为 $i_{L1}=20(1-e^{-t})$，下列电流比 i_{L1} 变化更快的是(　　)。

A. $10e^{-\frac{t}{2}}$　　B. $30(1-e^{-3t})$　　C. $5(1-e^{-\frac{t}{5}})$　　D. $2e^{-2t}$

3-3　简答题

(1) 什么叫电路的稳态？

(2) 什么叫电路的暂态？

(3) 为什么电容在直流电路中有隔直作用，而电感在直流电路中有短直作用？

(4) 什么叫换路？

(5) 电路的换路定律是什么内容？

3-4　在图 3.26 所示电路中，已知 $U_S=10V$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$，$C_1=C_2=50\mu F$，开关 S 闭合前已处于稳态，求换路后 i_1 的初始值和稳态值。

3-5　如图 3.27 所示的电路中，开关 S 闭合前已处于稳态，试求开关 S 闭合后的电感电流 i_L。

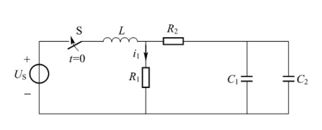


图 3.26　习题 3-4 图

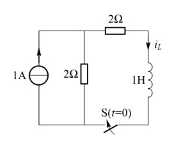


图 3.27　习题 3-5 图

3－6　如图3.28所示的电路中，开关S在$t=0$时闭合，开关闭合前电路已处于稳态，$U_S=10V$，$I_S=2A$，$R=2\Omega$，$L=4H$。试求S闭合后的电流i_L和i。

3－7　如图3.29所示的电路中，在$t=0$时将开关S打开，之前电路已达稳态。已知：$U_{S1}=U_{S2}=50V$，$R_1=R_2=50\Omega$，$L=1H$。试用三要素法求u_L。

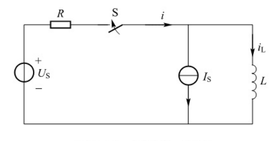


图3.28　习题3－6图

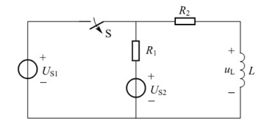


图3.29　习题3－7图

3－8　如图3.30所示的电路中，$t=0$时将S打开，0.1s时测得电路的电流为$i(0.1)=0.5A$。求理想电流源的电流I_S。

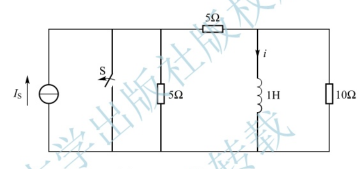


图3.30　习题3－8图

3－9　如图3.31所示的电路中，已知$I_S=12A$，$R_1=2k\Omega$，$R_2=6k\Omega$，$C=400\mu F$，开关S闭合前已处于稳态，试求开关S闭合后的电容电压u_C。

3－10　如图3.32所示的电路中，已知$R_1=25k\Omega$，$R_2=100k\Omega$，$R_3=100k\Omega$，$C=10\mu F$，$U_S=5V$，开关S长时间闭合在位置1。如果$t=0$时将开关S切换到位置2，试求u_C和i。

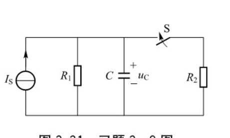


图3.31　习题3－9图

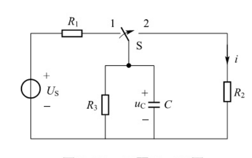
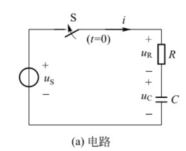


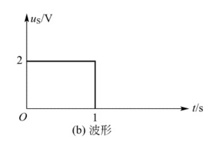
图3.32　习题3－10图

3－11　如图3.33(a)所示的电路中，已知：$R=4\Omega$，$C=0.5F$，$u_C(0_-)=0$，$u_S(t)$为如图3.33(b)所示的矩形脉冲。试求换路后的$u_C(t)$、$i(t)$。

3－12　在如图3.34所示的电路中，已知：$U_S=20V$，$R=10k\Omega$，$C_1=C_2=10\mu F$。电路原已稳定，试求换路后的$u_C(t)$。换路后会造成什么后果？



(a) 电路



(b) 波形

图 3.33　习题 3－11 图

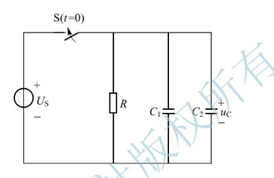


图 3.34　习题 3－12 图

第4章

正弦交流电路

本章主要介绍正弦量的相量表示法、单一参数交流电路的分析、功率因数的概念和谐振电路的特点等。重点为用相量法分析交流电路。



教学目标与要求

- 理解正弦量的特征及其各种表示方法。
- 理解电路基本定律的相量形式及阻抗的概念，熟练掌握计算正弦交流电路的相量分析法，会画相量图。
- 掌握有功功率和功率因数的计算方法，了解瞬时功率、无功功率和视在功率的概念。
- 了解正弦交流电路的频率特性，串、并联谐振的条件及特点。
- 了解提高功率因数的意义和方法。



引例

日常生活中用的电，绝大多数都是交流电，如果用示波器(图 4.0)观察交流电波形，就能看到一条漂亮的正弦波。在分析正弦交流电路时需要对正弦交流电进行计算，为了计算方便引入了相量这个概念。

人们经常会听收音机，可是收音机是怎样选择电台的呢？学完本章内容就会明白。



图 4.0　示波器

4.1 正弦交流电路的基本概念

大小和方向不随时间变化的电流、电压和电动势统称为直流电。大小和方向随时间作周期性变化、并且在一个周期内的平均值为零的电流、电压和电动势统称为交流电。我们见到的交流电绝大部分都是正弦交流电。

正弦交流电流表达式为

$$i=I_m\sin(\omega t+\phi_i) \tag{4-1}$$

式中，i 为瞬时值，I_m为最大值，ω 为角频率，ϕ_i为初相位或初相角。其波形图如图 4.1 所示。

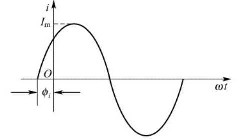


图 4.1 正弦交流电流波形

最大值、角频率和初相位称为正弦量的三要素。

4.1.1 交流电的周期、频率和角频率

交流电完成一次全变化所需要的时间称为周期，用 T 表示，单位为秒(s)。每秒内完成的周期数，即每秒经过的周波数称为频率，用 f 表示，单位为赫兹(Hz)。频率与周期之间互为倒数关系，即

$$f=\frac{1}{T} \tag{4-2}$$

角频率 ω 与 T、f 之间的关系为

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f \tag{4-3}$$

ω 的单位为弧度每秒(rad/s)。工业用电的标准频率简称工频，我国的工频为 50Hz。

4.1.2 交流电的瞬时值、最大值和有效值

交流电在每一瞬间的值称为瞬时值，用小写字母表示，如 i、u 等，其是随时间变化的。交流电的最大瞬时值称为最大值，又称为幅值，用下角标为 m 的大写字母表示，如 I_m、U_m等。由于瞬时值是随时间变化的，最大值是一特定瞬间的数值，都不能用来计量交流电。因此，规定了一个用来计量交流电大小的量，即有效值。其定义为：如果交流电流通过一个电阻时在一个周期内消耗的能量与某一直流电流通过同一电阻在同样长时间内消耗的电能相等，就把这一直流电的数值定义为交流电的有效值。可用公式表示为

$$\int_0^T Ri^2\,\mathrm{d}t = RI^2T \tag{4-4}$$

可以得出正弦交流电的有效值与最大值之间的关系为

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}} \tag{4-5}$$

同理，可以得出正弦交流电压和电动势的有效值与最大值之间的关系分别为

$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}},\quad E=\frac{E_m}{\sqrt{2}} \tag{4-6}$$



通常所说的电压、电流的大小都指的是有效值，例如220V交流电，指的是这个交流电压的有效值为220V。电器铭牌上所标注的电压和电流也指的是该电器额定电压和电流的有效值。

4.1.3 交流电的相位、初相位和相位差

式(4-1)中的角度$(\omega t+\phi_i)$称为相位或相位角，表示正弦交流电的变化过程，其主值范围为$-180°\sim+180°$。$t=0$时的相位即为初相位。任何两个频率相同的正弦量之间的相位之差称为相位差。例如：$u=U_m\sin(\omega t+\phi_u)$，$i=I_m\sin(\omega t+\phi_i)$则它们的相位差为

$$\varphi=(\omega t+\phi_u)-(\omega t+\phi_i)=\phi_u-\phi_i \tag{4-7}$$

其主值范围为$-180°\sim+180°$，所以两个频率相同的正弦量之间的相位差也就是其初相位之差。根据相位差的不同又有下面4种情况。

如图4.2(a)所示，$0°<\varphi<180°$，u总要比i先到达最大值，这称为在相位上u超前于i，或者称为i滞后于u。如图4.2(b)所示，$-180°<\varphi<0°$，u总要比i后到达最大值，因此称为在相位上u滞后于i，或者称为i超前于u。如图4.2(c)所示，$\varphi=0°$，称为u和i同相。如图4.2(d)所示，$\varphi=\pm180°$，称为u和i反相。

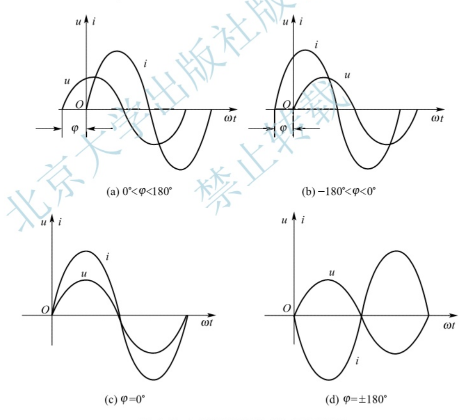


图4.2 同频率正弦量的相位关系

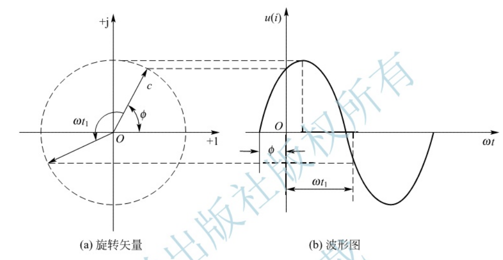
4.2 正弦量的相量表示法

在分析计算正弦交流电路时，免不了要对正弦量进行加减等运算。例如$i_1=20\sin(\omega t+20°)\text{A}$，$i_2=10\sin(\omega t+50°)\text{A}$，现在要求计算$i=i_1+i_2$，如果运用以前所学的

知识进行分析，则少不了三角函数变换，是比较复杂的。如果把三角函数转换成复数形式进行运算就很简单了。

4.2.1 相量的由来

在复坐标系中，有一有向线段，长度等于正弦量的最大值，以原点为圆心，以匀角速度 ω 逆时针方向旋转，初始角为 ϕ，则此有向线段在虚轴上的投影正好等于正弦量的这一时刻的值。如图 4.3(a)中，有向线段的长度为 c，旋转角速度为 ω，起始位置与正实轴的夹角为 ϕ，因此就可以用这一旋转的有向线段表示的复数表示正弦量。



(a) 旋转矢量　　(b) 波形图

图 4.3　复平面中的旋转矢量

4.2.2 复数

在复平面上用一条从原点指向某一坐标点的有向线段来表示复数，如图 4.4 所示。其代数形式定义为

$$P=a+\mathrm{j}b \tag{4-8}$$

式中，a 称为复数的实部，b 称为复数的虚部，$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$ 为虚单位。

需要指出，数学中的复数虚数单位用 i 表示，但为了和电工技术中的电流 i 相区别，在电工中用 j 表示虚数单位。

一个复数的表示形式有多种，根据图 4.4 可以得到复数的三角函数形式为

图 4.4　复数的表示

$$P=|P|(\cos\theta+\mathrm{j}\sin\theta)=c(\cos\theta+\mathrm{j}\sin\theta) \tag{4-9}$$

式(4-9)中，c 称为复数的模，θ 称为复数的辐角。c 和 θ 与 a 和 b 之间的关系为

$$a=c\cos\theta,\ b=c\sin\theta$$

或

$$c=\sqrt{a^2+b^2},\quad \theta=\arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$



根据欧拉公式

$$e^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta$$

可以得到复数的指数形式

$$P=ce^{j\theta} \tag{4-10}$$

式(4－10)又可以改写为复数的极坐标形式

$$P=c\angle\theta \tag{4-11}$$

复数的加减运算用代数形式进行比较方便。设 $P_1=a_1+jb_1$，$P_2=a_2+jb_2$，则

$$\begin{aligned}P_1\pm P_2&=(a_1+jb_1)\pm(a_2+jb_2)\\&=(a_1\pm a_2)+j(b_1\pm b_2)\end{aligned}$$

在复平面上利用平行四边形法则或多边形法则也可以进行复数的加减运算，如图 4.5 所示。

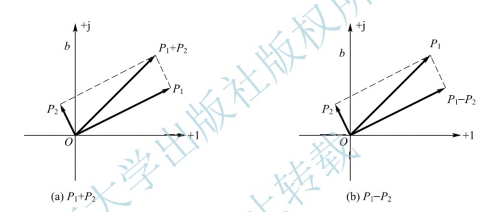


图 4.5　复数的加减运算

复数的乘除运算则用指数形式或者极坐标形式进行比较方便，即

$$P_1P_2=|P_1|e^{j\theta_1}|P_2|e^{j\theta_2}=|P_1||P_2|e^{j(\theta_1+\theta_2)} \tag{4-12}$$

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{|P_1|e^{j\theta_1}}{|P_2|e^{j\theta_2}}=\frac{|P_1|\angle\theta_1}{|P_2|\angle\theta_2}=\frac{|P_1|}{|P_2|}\angle\theta_1-\theta_2 \tag{4-13}$$

复数乘积的模等于各复数模的乘积，其辐角等于各复数辐角的和；两复数相除的模等于两复数模相除，其辐角等于两复数辐角的差。

【例 4－1】 设 $P_1=3+j4$，$P_2=10\angle 45^\circ$。求 P_1+P_2 和 P_1P_2。

【解】 求复数的代数和，用代数形式表示为

$$\begin{aligned}P_2&=10\angle 45^\circ=10(\cos45^\circ+j\sin45^\circ)\\&=7.07+j7.07\end{aligned}$$

$$P_1+P_2=(3+j4)+(7.07+j7.07)=10.07+j11.07$$

转化为极坐标形式为

$$\theta=\arctan\left(\frac{11.07}{10.07}\right)=47.7^\circ$$



$$|P_1+P_2|=\sqrt{(10.07)^2+(11.07)^2}=14.95$$

即

$$P_1+P_2=14.95\angle 47.7^\circ$$
$$P_1P_2=(3+\mathrm{j}4)\times 10\angle 45^\circ=5\angle 53.1^\circ\times 10\angle 45^\circ=50\angle 98.1^\circ$$

4.2.3 正弦量的相量表示法

若复数 $P=c\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}$中的辐角 $\theta=\omega t+\phi$，则 P 就是一个复指数函数，根据欧拉公式可以展开为

$$P=c\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\phi)}=c\cos(\omega t+\phi)+\mathrm{j}c\sin(\omega t+\phi) \tag{4-14}$$

根据以上所述，矢量$\overline{OP}$用复数表示的形式有以下 4 种形式。依次称为复数的代数式、三角函数式、指数式和极坐标式。

$$\overline{OP}=a+\mathrm{j}b=c(\cos\theta+\mathrm{j}\sin\theta)=c\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}=c\angle\theta \tag{4-15}$$

表示正弦量的复数称为相量。相量又分为有效值相量和最大值相量，在以后的解题分析中大部分都使用有效值相量，所以以后若无特别声明，所说的相量都指的是有效值相量。为了和一般复数相区别，相量的表示方法为在代表交流电有效值符号的顶部加一圆点。即

有效值相量

$$\dot{I}=I\angle\phi_i \quad \dot{U}=U\angle\phi_u$$

最大值相量

$$\dot{I}_{\mathrm{m}}=I_{\mathrm{m}}\angle\phi_i \quad \dot{U}_{\mathrm{m}}=U_{\mathrm{m}}\angle\phi_u$$

需要指出，在进行相量分析计算时，通常需要找一个参考量，此参考量的相量称为参考相量。通常采用辐角为零(即正弦量的初相位为零)的相量作为参考相量。

【例 4-2】 已知 $i_1=20\sin(\omega t+60^\circ)\mathrm{A}$，试写出其相量形式。

【解】 其有效值相量为

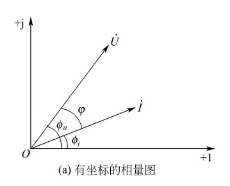
$$\dot{I}_1=\frac{20}{\sqrt{2}}\angle 60^\circ\mathrm{A}$$

其最大值相量为

$$\dot{I}_{1\mathrm{m}}=20\angle 60^\circ\mathrm{A}$$

在复平面上表示正弦量相量的图形称为相量图。以电流 $i=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\phi_i)$和电压 $u=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\phi_u)$为例(设 $\phi_u>\phi_i$)，其相量图如图 4.6(a)所示。在相量图上可以清晰地看出两者之间的大小和相位关系。可以看出，电压相量超前于电流相量 φ 角，也就是正弦电压超前于正弦电流 φ 角。在画相量图时，常将坐标轴省略，如图 4.6(b)所示。

虚单位 j 的物理意义说明如下。由于$\pm\mathrm{j}=\cos 90^\circ\pm\mathrm{j}\sin 90^\circ=\mathrm{e}^{\pm\mathrm{j}90^\circ}$，故$+\mathrm{j}\dot{I}$相当于将相量 $\dot{I}$ 逆时针旋转 90°，$-\mathrm{j}\dot{I}$ 相当于将相量 $\dot{I}$ 顺时针旋转 90°，如图 4.7 所示。因此，常将 j 称为旋转 90°的因子。



(a) 有坐标的相量图　　(b) 省略坐标的相量图

图 4.6　相量图

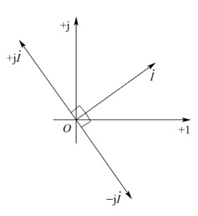


图 4.7　$\dot{I}$ 乘上 j 或 −j



● 正弦量的相量只是表示正弦量，而不等于正弦量。因为相量只是表示正弦量的复数，而正弦量是随时间变化的正弦函数。

● 正弦量的相量一般指其有效值相量，用在大写字母上面加上“·”来表示；有时也用其最大值相量表示，例如$\dot{I}_{\mathrm{m}}$。

● 只有相同频率的正弦量才可以在同一个相量图中加以表示，也只有相同频率的正弦量之间才可以进行比较或计算。

【例 4-3】 已知 $i_1=10\sqrt{2}\sin(\omega t+60^\circ)\mathrm{A}$，$i_2=3\sqrt{2}\sin(\omega t+30^\circ)\mathrm{A}$，求(1) $i=i_1+i_2$；(2)$i=i_1-i_2$。

【解】 采用相量运算，用有效值表示，即

$$\dot{I}_1=10\angle 60^\circ\mathrm{A},\quad \dot{I}_2=3\angle 30^\circ\mathrm{A}$$

(1) $\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=10\angle 60^\circ+3\angle 30^\circ=5+\mathrm{j}8.66+2.6+\mathrm{j}1.5=7.6+\mathrm{j}10.16=12.7\angle 53.2^\circ\mathrm{A}$，于是，可得

$$i=i_1+i_2=12.7\sqrt{2}\sin(\omega t+53.2^\circ)\mathrm{A}$$

(2) $\dot{I}=\dot{I}_1-\dot{I}_2=10\angle 60^\circ-3\angle 30^\circ=5+\mathrm{j}8.66-2.6-\mathrm{j}1.5=2.4+\mathrm{j}7.16=7.55\angle 71.5^\circ\mathrm{A}$ 于是，可得

$$i=i_1-i_2=7.55\sqrt{2}\sin(\omega t+71.5^\circ)\mathrm{A}$$

4.3　单一参数的交流电路

正弦交流电路大都是由电阻、电感和电容组成的，因此本章首先对这 3 个元件各自组成的电路进行分析。

4.3.1　纯电阻电路

图 4.8(a)所示的是一个纯电阻的交流电路，电压和电流取关联参考方向。现选择电

流为参考正弦量，即

$$i=I_m\sin\omega t \tag{4-16}$$

则根据欧姆定律得

$$u=Ri=RI_m\sin\omega t=U_m\sin\omega t \tag{4-17}$$

比较式(4-16)和式(4-17)可以看出，在纯电阻电路中，电流和电压的关系如下。

(1) 电压和电流的频率相同。

(2) 电压和电流同相位。

(3) 电压和电流的最大值和有效值之间的关系分别为

$$\left.\begin{aligned}U_m&=RI_m\\U&=RI\end{aligned}\right\} \tag{4-18}$$

电压和电流的相量形式为

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_m&=R\dot{I}_m\\\dot{U}&=R\dot{I}\end{aligned}\right\} \tag{4-19}$$

式(4-19)是纯电阻交流电路中欧姆定律的相量形式。电压和电流的波形图和相量图分别如图4.8(b)和(c)所示，其中 T 为正弦量的周期。

在任意瞬间，电压瞬时值与电流瞬时值的乘积，称为瞬时功率，用小写字母 p 表示，则电阻吸收的瞬时功率为

$$p=ui=U_mI_m\sin^2\omega t \tag{4-20}$$

瞬时功率 p 的波形图如图4.8(d)所示。

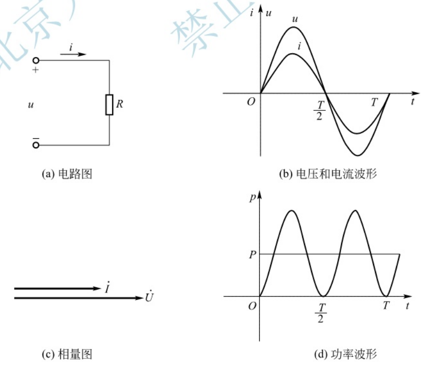


图4.8 纯电阻电路

从公式(4-20)可以看出，瞬时功率总是非负值，即 $p \geqslant 0$，这表明电阻是纯消耗电能元件。工程上常取瞬时功率在一个周期内的平均值来表示电路所消耗的功率，称为平均功率(又称有功功率)，单位为 W，用大写字母 P 表示，即

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=UI=RI^2=\frac{U^2}{R} \tag{4-21}$$

4.3.2 纯电感电路

图 4.9(a)所示是一个纯电感的交流电路，电压和电流取关联参考方向。若选电流作为参考正弦量，即

$$i=I_\mathrm{m}\sin\omega t \tag{4-22}$$

则电感两端电压

$$u=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=L\frac{\mathrm{d}(I_\mathrm{m}\sin\omega t)}{\mathrm{d}t}=\omega LI_\mathrm{m}\cos\omega t=U_\mathrm{m}\sin(\omega t+90°) \tag{4-23}$$

电压和电流的波形图如图 4.9(b)所示，其中 T 为正弦量的周期。比较式(4-22)和式(4-23)可以看出电感元件上电压与电流的关系如下。

(1) 电压与电流的频率相同。

(2) 电压超前电流 90°。

(3) 电压与电流最大值和有效值之间的关系分别为

$$\left.\begin{aligned}U_\mathrm{m}&=\omega LI_\mathrm{m}\\U&=\omega LI\end{aligned}\right\} \tag{4-24}$$

式(4-24)又可表示为

$$\left.\begin{aligned}U_\mathrm{m}&=X_\mathrm{L}I_\mathrm{m}\\U&=X_\mathrm{L}I\end{aligned}\right\} \tag{4-25}$$

式中，$X_\mathrm{L}=\omega L=2\pi fL$，称为电感的电抗，简称感抗，单位为欧［姆］(Ω)。

从 $X_\mathrm{L}=\omega L=2\pi fL$ 可以看出，其大小与电感 L 和频率 f 成正比；频率愈高，感抗愈大。在直流电路中，$f=0$，$X_\mathrm{L}=0$，故电感在直流电路中可视为短路。所以电感具有通直阻交的作用。

将上述关系用相量表示为

$$\dot{U}=\mathrm{j}X_\mathrm{L}\dot{I}=\mathrm{j}\omega L\dot{I} \tag{4-26}$$

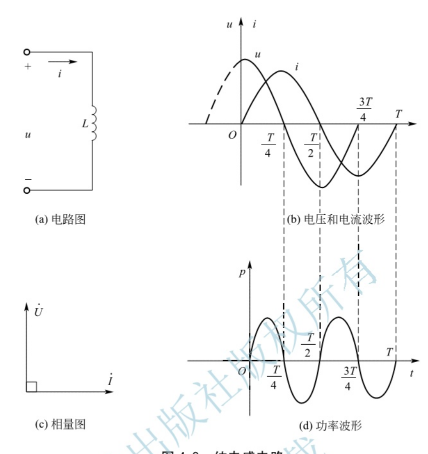
其相量图如图 4.9(c)所示。

电感瞬时功率

$$p=ui=U_\mathrm{m}I_\mathrm{m}\sin\omega t\sin(\omega t+90°)=U_\mathrm{m}I_\mathrm{m}\sin\omega t\cos\omega t=UI\sin2\omega t \tag{4-27}$$

其变化曲线如图 4.9(d)所示。由图 4.9(d)可以看出，电感的瞬时功率是随时间变化的。当 $p>0$ 时，电感从电源取用电能转换成磁场能；当 $p<0$ 时，电感将储存的磁场能转换成电能，电感将所吸收的能量返还给电源。从波形图中可以看出，在一个周期内，电感储存的能量与释放的能量相等，即电感并不消耗电能，它是一种储能元件。电感的平均功率(即有功功率)为

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T UI\sin2\omega t\,\mathrm{d}t=0 \tag{4-28}$$



(a) 电路图　(b) 电压和电流波形　(c) 相量图　(d) 功率波形

图 4.9　纯电感电路

综上所述，纯电感元件在交流电路中没有消耗能量，总是和电源之间进行能量交换，为了表征电感和电源之间能量交换的规模，用无功功率 Q 来表示，它等于瞬时功率的幅值，即

$$Q=UI=X_{\mathrm{L}}I^{2}=\frac{U^{2}}{X_{\mathrm{L}}} \tag{4-29}$$

无功功率的单位用乏(var)表示。

【例 4-4】 一电感值为 1H 的电感，把它接在 220V 的正弦交流电源上，试分析

(1) 电感的感抗是多少?

(2) 电感消耗的有功功率是多少?

(3) 电感的无功功率是多少?

【解】 (1) $X_{\mathrm{L}}=2\pi fL=2\times3.14\times50\times1=314\Omega$。

(2) 由于电感是非耗能元件，所以电感消耗的有功功率为 0W。

(3) 电感的无功功率为

$$Q=\frac{U^{2}}{X_{\mathrm{L}}}=\frac{220^{2}}{314}=154\mathrm{var}$$

4.3.3　纯电容电路

图 4.10(a)所示是一个纯电容元件的交流电路，电压和电流取关联参考方向。若选电压为参考正弦量，即

$$u=U_{\mathrm{m}}\sin\omega t \tag{4-30}$$

则电路中的电流

$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=C\frac{\mathrm{d}(U_\mathrm{m}\sin\omega t)}{\mathrm{d}t}=\omega CU_\mathrm{m}\cos\omega t$$
$$=\omega CU_\mathrm{m}\sin(\omega t+90°)=I_\mathrm{m}\sin(\omega t+90°) \tag{4-31}$$

比较式(4-30)和式(4-31)可以看出，电容元件上电压与电流的关系如下。

(1) 电压与电流的频率相同。

(2) 电压滞后于电流 90°，如图 4.10(b)所示，其中 T 为正弦量的周期。

(3) 电压与电流最大值和有效值之间的关系分别为

$$\left.\begin{aligned}I_\mathrm{m}&=\omega CU_\mathrm{m}\\I&=\omega CU\end{aligned}\right\} \tag{4-32}$$

式(4-32)可写为

$$\left.\begin{aligned}U_\mathrm{m}&=X_\mathrm{C}I_\mathrm{m}\\U&=X_\mathrm{C}I\end{aligned}\right\} \tag{4-33}$$

式中，$X_\mathrm{C}=\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{1}{2\pi fC}$称为电容的电抗，简称容抗，单位为欧［姆］(Ω)。

容抗 X_C 的大小与电容 C 和频率 f 呈反比，频率越高，容抗越小；在直流电路中，$f=0$，$X_\mathrm{C}\rightarrow\infty$，电容可视为开路，故电容具有隔直通交的作用。

把上述关系式用相量表示则有

$$\dot{U}=-\mathrm{j}X_\mathrm{C}\dot{I}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I} \tag{4-34}$$

其相量图如图 4.10(c)所示。

电容的瞬时功率

$$p=ui=U_\mathrm{m}I_\mathrm{m}\sin\omega t\sin(\omega t+90°)=U_\mathrm{m}I_\mathrm{m}\sin\omega t\cos\omega t=UI\sin2\omega t \tag{4-35}$$

其变化曲线如图 4.10(d)所示。由图 4.10(d)可以看出，瞬时功率随时间时正时负。当 $p>0$ 时，电容从电源取用电能并转换成电场能；当 $p<0$ 时，电容将所储存的电场能转换成电能，电容把能量返还给电源。从功率波形图可以看出在一个周期内，电容储存的能量与释放的能量相等，即电容不消耗电能。电容的平均功率(即有功功率)为

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\,\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T UI\sin2\omega t\,\mathrm{d}t=0 \tag{4-36}$$

综上所述，纯电容并不消耗有功功率，但和电源之间有能量交换，为了衡量电容与电源之间能量交换的规模，同样用无功功率 Q 来表示，它等于瞬时功率的幅值。为了同电感元件电路的无功功率相比较，也设电流为参考正弦量，即

$$i=I_\mathrm{m}\sin\omega t$$

则

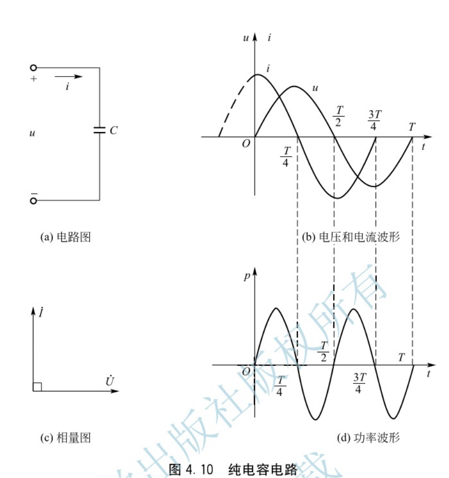
$$u=U_\mathrm{m}\sin(\omega t-90°)$$

于是有瞬时功率

$$p=ui=-UI\sin2\omega t$$

由此可见，纯电容电路的无功功率为

$$Q=-UI=-X_\mathrm{C}I^2=-\frac{U^2}{X_\mathrm{C}} \tag{4-37}$$



(a) 电路图　(b) 电压和电流波形　(c) 相量图　(d) 功率波形

图 4.10 纯电容电路

特别提示

● 工程上通常认为电感吸收无功功率，电容发出无功功率，所以，电感的无功功率取正，而电容的无功功率取负。

【例 4-5】 把一个 $47\mu F$ 电容接到 20V 的正弦交流电源上，试计算

(1) 容抗的大小。

(2) 电容的无功功率。

【解】 (1) 容抗的大小为

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\times3.14\times50\times47\times10^{-6}}=67.8\Omega。$$

(2) 电容的无功功率为

$$Q=-\frac{U^2}{X_C}=-\frac{20^2}{67.8}=-5.9\text{var}。$$

4.4 电阻、电感和电容串联的交流电路

如前所述，电阻、电容和电感在交流电路中工作时，电路的电压和电流频率是相同



的，因此在以后的讨论中就不再讨论频率关系了，只分析它们的大小、相位和功率问题。

电路如图 4.11(a)所示，当电路两端加上正弦交流电压 u 时，电路中将产生正弦交流电流 i，并且在各元件上分别产生电压 u_R、u_L、u_C，各电压与电流取关联参考方向，如图 4.11 所示。根据基尔霍夫电压定律得

$$u=u_R+u_L+u_C \tag{4-38}$$

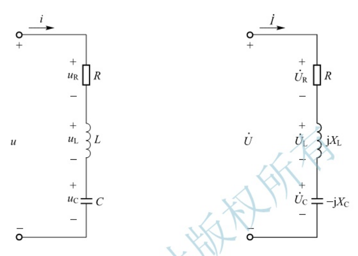


图 4.11　串联交流电路

若用相量形式来表示，有

$$\begin{aligned}\dot{U}&=\dot{U}_R+\dot{U}_L+\dot{U}_C=R\dot{I}+jX_L\dot{I}-jX_C\dot{I}\\&=R\dot{I}+j(X_L-X_C)\dot{I}=(R+jX)\dot{I}\end{aligned} \tag{4-39}$$

式中，$X=X_L-X_C$ 称为电抗，单位为欧［姆］(Ω)。

令

$$Z=R+jX \tag{4-40}$$

Z 称为阻抗，其单位为欧［姆］(Ω)。

阻抗也可以写出 4 种表示形式

$$\begin{aligned}Z&=R+j(X_L-X_C)=|Z|(\cos\phi+j\sin\phi)\\&=|Z|e^{j\phi}=|Z|\angle\varphi\end{aligned} \tag{4-41}$$

式中，$|Z|$ 是阻抗 Z 的模，称为阻抗模，单位也是欧［姆］(Ω)，即

$$|Z|=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} \tag{4-42}$$

φ 是阻抗 Z 的辐角，称为阻抗角。显然，R、X 和 $|Z|$ 为三边，正好构成了一直角三角形，称为阻抗三角形，如图 4.12 所示。

$$\varphi=\arctan\frac{X_L-X_C}{R} \tag{4-43}$$

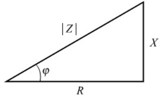


图 4.12　阻抗三角形

综上所述，可以得到串联交流电路相量形式的欧姆定律，即

$$\dot{U}=Z\dot{I} \tag{4-44}$$

整理，得

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{U\angle\phi_u}{I\angle\phi_i}=\frac{U}{I}\angle\phi_u-\phi_i \tag{4-45}$$

对照式(4-41)可得串联交流电路中电压与电流有效值之间以及相位之间的关系

$$\frac{U}{I}=|Z| \tag{4-46}$$

$$\phi_u-\phi_i=\phi \tag{4-47}$$

即电压与电流有效值的比值等于阻抗模，电压与电流的相位差等于阻抗角。上述电压与电流关系也可以用相量图表示，如图 4.13 所示。画串联交流电路的相量图时，一般选取电流为参考相量，把它画在水平方向(即实轴方向)上(画并联交流电路的相量图时，一般选取电压为参考相量，把它画在水平方向，即实轴方向上)。从相量图中可以得到总电压与各部分电压的有效值之间的关系

$$U=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2} \tag{4-48}$$

式(4-48)中总电压与各部分电压有效值关系同样可以用一直角三角形表示，如图 4.13 所示，该三角形称为电压三角形。显然，阻抗三角形和电压三角形相似。

图 4.13 串联电路电压与电流相量图

交流电路中包含电阻、电感、电容三种性质不同的元件，所以电路也会出现下列三种性质。

(1) 电感性电路：在交流电路中，若电压超前电流($0°<\varphi\leqslant 90°$)则称此电路为电感性电路，或者说此电路呈电感性。

(2) 电容性电路：在交流电路中，若电流超前电压($-90°\leqslant\varphi<0°$)，则称此电路为电容性电路，或者说此电路呈电容性。

(3) 电阻性电路：在交流电路中，若电压和电流同相($\varphi=0°$)，电路呈电阻性。

【例 4-6】 在图 4.11(a)所示的 R、L、C 串联交流电路中，已知 $R=30\Omega$，$L=127\text{mH}$，$C=40\mu\text{F}$，电源电压 $u=220\sqrt{2}\sin(314t+30°)\text{V}$。

(1)求电流 i 及各部分电压 u_R、u_L 和 u_C；

(2) 作相量图。

【解】 (1) 首先作出如图 4.11(b)所示的相量模型图，然后确定图中对应的感抗和容抗。

$$X_L=\omega L=314\times 127\times 10^{-3}=40\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314\times 40\times 10^{-6}}=80\Omega$$

$$\begin{aligned}Z&=R+\text{j}(X_L-X_C)=[30+\text{j}(40-80)]\ \Omega\\&=(30-\text{j}40)\Omega=50\angle-53°\Omega\end{aligned}$$

电源电压为

$$\dot{U}=220\angle 30°\text{V}$$

电流为

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{220\angle 30^\circ}{50\angle -53^\circ}=4.4\angle 83^\circ\ \text{A}$$

$$i=4.4\sqrt{2}\sin(314t+83^\circ)\text{A}$$

电阻电压为

$$\dot{U}_\text{R}=R\dot{I}=30\times 4.4\angle 83^\circ=132\angle 83^\circ\text{V}$$

$$u_\text{R}=132\sqrt{2}\sin(314t+83^\circ)\text{V}$$

电感电压为

$$\dot{U}_\text{L}=\text{j}X_\text{L}\dot{I}=\text{j}40\times 4.4\angle 83^\circ=176\angle 173^\circ\text{V}$$

$$u_\text{L}=176\sqrt{2}\sin(314t+173^\circ)\text{V}$$

电容电压为

$$\dot{U}_\text{C}=-\text{j}X_\text{C}\dot{I}=-\text{j}80\times 4.4\angle 83^\circ=352\angle -7^\circ\ \text{V}$$

$$u_\text{C}=352\sqrt{2}\sin(314t-7^\circ)\text{V}$$

从上面的计算结果可以更直观地看出

$$\dot{U}=\dot{U}_\text{R}+\dot{U}_\text{L}+\dot{U}_\text{C}$$

$$U\neq U_\text{R}+U_\text{L}+U_\text{C}$$

(2) 电流和各个电压的相量图如图 4.14 所示。

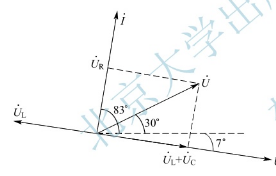


图 4.14　例 4-6 的相量图

在例 4-6 中，分析计算结束后，再画出相量图可以更形象直观地看出电路中电压和电流的关系，并且能更清晰地判断该串联电路的性质。相量图在正弦电路中更多的是作为一种辅助的分析工具，如果使用得当，可以根据相量图的几何关系进行简单运算，简化电路的求解过程。

【例 4-7】 在如图 4.15 所示的电路中，若 $\dot{U}_\text{S}=20\angle 0^\circ\text{V}$，电流表 A 的读数为 40A，电流表 A_2 的读数为 28.28A，则电流表 A_1 的读数为多少?

【解】 现用相量图进行求解。

相量图如图 4.16 所示，以电阻和电感两端的电压为参考相量，很容易就能求出电流表 A_1 读数为 28.28A。

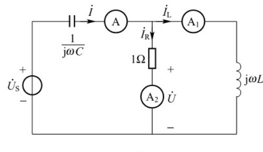


图 4.15　例 4-7 图

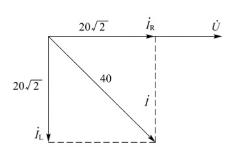


图 4.16　例 4-7 相量图

4.5 阻抗的串联与并联

4.5.1 阻抗的串联

两个阻抗 $Z_1=R_1+\mathrm{j}X_1$，$Z_2=R_2+\mathrm{j}X_2$ 构成如图 4.17(a)所示的串联电路。由 KVL 得

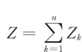
$$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2=Z_1\dot{I}+Z_2\dot{I}=(Z_1+Z_2)\dot{I}=Z\dot{I}$$

两个阻抗串联可以用一个等效阻抗 Z 表示，即

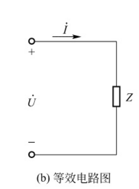
$$Z=Z_1+Z_2$$

其等效电路如图 4.17(b)所示。

同理可以推导，若有 n 个阻抗串联，其等效阻抗为



$$Z=\sum_{k=1}^{n}Z_k$$



(a) 阻抗串联电路　　(b) 等效电路图

图 4.17　阻抗串联电路

阻抗串联与电阻串联原理相同，同时也具有分压作用，即

$$\dot{U}_k=\frac{Z_k}{\sum_{k=1}^{n}Z_k}\dot{U}$$



特别提示

● 一般地，在阻抗的串联电路中，$|Z|\neq\sum_{k=1}^{n}|Z_k|$。

4.5.2 阻抗的并联

如图 4.18(a)所示，两个阻抗 Z_1、Z_2 组成并联电路，对其应用 KCL 得

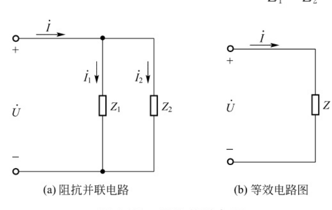
$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=\frac{\dot{U}}{Z_1}+\frac{\dot{U}}{Z_2}=\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}\right)\dot{U}=\frac{\dot{U}}{Z} \quad (4-49)$$

即

$$\frac{1}{Z}=\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2} \quad (4-50)$$

则两个阻抗并联的等效阻抗为

$$Z=\frac{1}{\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}}=\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2} \quad (4-51)$$



(a) 阻抗并联电路　　(b) 等效电路图

图 4.18　阻抗并联电路

等效电路如图 4.18(b)所示。阻抗的倒数称为导纳，用 Y 表示，单位为西门子(S)，即



$$Y=\frac{1}{Z}=G+\mathrm{j}B$$

式中，G 称为电导，B 称为电纳。式(4-50)可以写成

$$Y=Y_1+Y_2$$

若有 n 个阻抗并联，同理可以推导出其等效阻抗为

$$Z=\frac{1}{\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{Z_k}}$$

也可以用等效导纳来表示，即

$$Y=\sum_{k=1}^{n}Y_k$$

与电阻并联分流原理相同，阻抗并联也具有分流作用，两个阻抗并联分流公式为

$$\dot{I}_1=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{I}$$

$$\dot{I}_2=\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\dot{I}$$



- 一般地，在阻抗的并联电路中，$|Z|\neq\frac{1}{\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{|Z_k|}}$，$|Y|\neq\sum_{k=1}^{n}|Y_k|$。

【例 4-8】 在如图 4.19(a)所示电路中，电源电压 $\dot{U}=220\angle 0^\circ$V，$R_1=10\Omega$，$L=0.5$H，$R_2=1$kΩ，$C=10\mu$F，$\omega=314$rad/s。

试求：(1)电路等效阻抗 Z；(2)各支路电流$\dot{I}$，$\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$；(3)画出电路的相量图。

【解】 (1) 各元件的等效阻抗为

$$Z_{R1}=10\Omega,\quad Z_{R2}=1\ 000\Omega,\quad Z_L=\mathrm{j}\omega L=\mathrm{j}157\Omega,\quad Z_C=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}=-\mathrm{j}318.47\Omega$$

R_2与$\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}$并联等效阻抗为

$$Z_{12}=\frac{Z_{R2}Z_C}{Z_{R2}+Z_C}=\frac{1\ 000(-\mathrm{j}318.47)}{1\ 000-\mathrm{j}318.47}=303.45\angle -72.3^\circ\ \Omega=(92.11-\mathrm{j}289.13)\Omega$$

总的等效阻抗为

$$Z_{eq}=Z_{12}+Z_{R1}+Z_L=(102.11-\mathrm{j}132.13)\Omega=166.99\angle -52.3^\circ\Omega$$

(2) 由总的等效阻抗求总电流

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z_{eq}}=\frac{220\angle 0^\circ}{166.99\angle -52.3^\circ}=0.6\angle 52.3^\circ\mathrm{A}$$

利用并联阻抗的分流公式求各支路电流

$$\dot{I}_1=\frac{Z_{R2}}{Z_{R2}+Z_C}\dot{I}=0.57\angle 69.9^\circ\mathrm{A}$$



$$\dot{I}_2=\frac{Z_C}{Z_{R2}+Z_C}\dot{I}=0.18\angle -20^\circ \text{A}$$

(3) 相量图如图 4.19(b)所示。

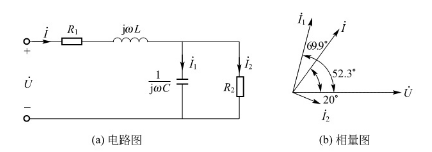


图 4.19 例 4-8 图

电路的总阻抗角即总电压与电流的相位差为

$$\varphi=0^\circ-52.3^\circ=-52.3^\circ<0$$

故电路呈电容性。

4.6 交流电路的功率及功率因数

如前所述，在纯电阻电路中，电阻只消耗有功功率，不存在无功功率；在纯电感和纯电容电路中，电感或电容不消耗有功功率，只有无功功率的交换。通常情况下的交流电路，不是单纯的由哪一种元件组成，而是由多种类元组组成既有有功功率的消耗又有无功功率的交换。本节以串联交流电路为例来分析一般交流电路中的功率，设电压与电流取关联参考方向。

在交流电路中，电压和电流的瞬时值都是随时间变化的量，所以它们的乘积，即瞬时功率也是随时间变化的量。若令 $i=I_m\sin\omega t$ A，$u=U_m\sin(\omega t+\varphi)$ V，则电路吸收的瞬时功率

$$\begin{aligned}p&=ui=U_mI_m\sin\omega t\sin(\omega t+\varphi)\\&=UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t+\varphi)\end{aligned}\tag{4-52}$$

由于瞬时功率实际意义不大，而且不便于测量，通常用平均功率(即有功功率)表示。平均功率用 P 来表示，即

$$\begin{aligned}P&=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T[UI\cos\phi-UI\cos(2\omega t+\varphi)]\mathrm{d}t\\&=UI\cos\varphi\end{aligned}\tag{4-53}$$

根据前面的分析可知，电路中只有电阻消耗电能，故有功功率也可以表示如下

$$P=UI\cos\varphi=U_RI=I^2R=\frac{U^2}{R}\tag{4-54}$$

无功功率用 Q 表示，可以定义为

$$Q=UI\sin\varphi\tag{4-55}$$

由于电感和电容要和电源之间进行能量互换，并且电感和电容之间也有能量转换过程，相应的无功功率可以用电容和电感的无功功率表示，即



$$Q=U_{L}I-U_{C}I=I^{2}X_{L}-I^{2}X_{C}=I^{2}(X_{L}-X_{C})=UI\sin\varphi \qquad (4-56)$$

许多电气设备的容量是以它们的额定电压和额定电流的乘积决定的，为此引入了视在功率的概念，用大写字母 S 表示，即

$$S=UI$$

视在功率的单位是 V·A(伏·安)。

有功功率 P、无功功率 Q 和视在功率 S 之间的关系可用一直角三角形表示，此直角三角形称为功率三角形，如图 4.20 所示。

显然，同一电路的功率三角形与阻抗三角形相似。从功率三角形中可以得出

$$S=\sqrt{P^{2}+Q^{2}},\quad P=S\cos\varphi,\quad Q=S\sin\varphi$$

正弦交流电路中总的有功功率等于电路中各部分有功功率之和，总的无功功率等于电路中各部分无功功率之和，但视在功率不一定等于电路的各部分视在功率之和。

【例 4-9】 已知 $\dot{U}=220\angle 0^{\circ}$V，$\dot{I}=0.86\angle 39.6^{\circ}$A，$\dot{I}_{1}=1.9\angle 80^{\circ}$A，$\dot{I}_{2}=1.36\angle -75.7^{\circ}$A。求图 4.21 所示电路的有功功率、无功功率和视在功率。

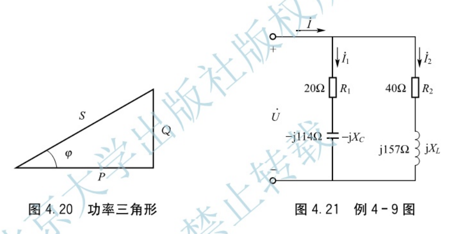


图 4.20 功率三角形　　图 4.21 例 4-9 图

【解】 本题可采用如下两种方法求解。

方法 1：由总电压、总电流求功率

$$P=UI\cos\varphi=220\times0.86\times\cos(-39.6^{\circ})\text{W}=146\text{W}$$

$$Q=UI\sin\varphi=220\times0.86\times\sin(-39.6^{\circ})=-121\text{var}$$

$$S=UI=220\times0.86=190\text{V}\cdot\text{A}$$

方法 2：由元件功率求总功率

$$P=R_{1}I_{1}^{2}+R_{2}I_{2}^{2}=20\times1.9^{2}+40\times1.36^{2}=146\text{W}$$

$$Q=-X_{C}I_{1}^{2}+X_{L}I_{2}^{2}=-114\times1.9^{2}+157\times1.36^{2}=-121\text{var}$$

$$S=\sqrt{P^{2}+Q^{2}}=\sqrt{146^{2}+(-121)^{2}}=190\text{V}\cdot\text{A}$$

通过对功率的分析可以看出，有功功率不仅与电压、电流的有效值有关，还决定于电压与电流的相位差 φ(即阻抗角)，我们把有功功率与视在功率的比值称为电路的功率因数，用 λ 表示，即

$$\lambda=\frac{P}{S}=\cos\varphi$$

因此，电压与电流的相位差 φ 又称功率因数角。

功率因数是电力系统中一项重要的经济性能指标。功率因数过低，会引起如下两方面的问题。

(1) 降低电源设备的利用率。当电源设备输出的容量 S_N 一定时，其有功功率为

$$P=S_N\cos\varphi$$

$\cos\varphi$ 越低，P 越小，电源设备的容量就得不到充分利用。

(2) 增加供电设备和输电线路的功率损耗。负载从电源取用的电流为

$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}$$

在 P 和 U 一定的情况下，$\cos\varphi$ 越低，I 就越大，而线路损耗 $\Delta P=RI^2$ 就越大。同时，供配电设备本身消耗的功率也就越大。

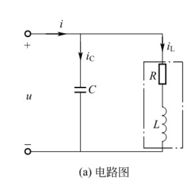
因此，提高功率因数会带来显著的经济效益。目前，在各种用电设备中电感性负载居多，而且它们的功率因数往往比较低，而感性负载功率因数低是因为它与电源之间的无功功率交换多。由于感性无功功率可以由容性无功功率来补偿，所以，可以采用与感性负载并联电容的方法来提高功率因数。

【例 4-10】 如图 4.22(a)所示电路，有一感性负载接到 50Hz，220V 的交流电源上工作，其有功功率为 10kW，功率因数为 0.6，试问应并联多大的电容才能将电路的功率因数提高到 0.9？

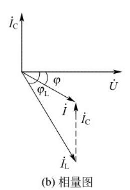
【解】 本题可用如下两种方法求解。

方法 1：通过电流的变化求电容 C。

并联电容前，电路的总电流就是负载电流 $\dot{I}_L$，电路的功率因数是负载的功率因数 $\cos\varphi_L$；并联电容后，电路总电流 $\dot{I}=\dot{I}_L+\dot{I}_C$，电路的功率因数变为 $\cos\varphi$。由图 4.22(b)可以看出，$\varphi<\varphi_L$，所以 $\cos\varphi>\cos\varphi_L$。并联电容前后负载电流和电路的有功功率都没有发生变化，所以可以利用电流的变化求电容。



(a) 电路图



(b) 相量图

图 4.22　例 4-10 图

并联电容前

$$\cos\varphi_L=0.6,\quad \varphi_L=53.1^\circ$$

并联电容后

$$\cos\varphi=0.9,\quad \varphi=25.8^\circ$$

并联电容前

$$I_L=\frac{P}{U\cos\varphi_L}=\frac{10\times10^3}{220\times0.6}=75.8\text{A}$$

并联电容后

$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}=\frac{10\times10^3}{220\times0.9}=50.5\text{A}$$

电容电流由图 4.22(b)可以得

$$\begin{aligned}I_C&=I_L\sin\varphi_L-I\sin\varphi\\&=75.8\times\sin53.1°-50.5\times\sin25.8°=38.6\text{A}\end{aligned}$$

电容

$$C=\frac{I_C}{2\pi fU}=\frac{38.6}{2\times3.14\times50\times220}=557\mu\text{F}$$

方法 2：通过无功功率的变化求电容 C。并联电容前

$$\cos\varphi_L=0.6,\quad \varphi_L=53.1°$$

无功功率

$$Q_L=P\tan\varphi_L=10\times10^3\times\tan53.1°=13.32\text{kvar}$$

并联电容后

$$\cos\varphi=0.9,\quad \varphi=25.8°$$

无功功率

$$Q=P\tan\varphi=10\times10^3\times\tan25.8°=4.83\text{kvar}$$

并联电容后无功功率减少，减少的无功功率则是由电容提供的，故电容无功功率为

$$|Q_C|=|Q-Q_L|=|4.83-13.32|=8.49\text{kvar}$$

由于

$$|Q_C|=\frac{U^2}{X_C}=2\pi fCU^2$$

所以

$$C=\frac{|Q_C|}{2\pi fU^2}=\frac{8.49\times10^3}{2\times3.14\times50\times220^2}=557\mu\text{F}$$

通过上述两种解法都可以推导出求解并联电容的公式

$$C=\frac{P}{2\pi fU^2}(\tan\varphi_L-\tan\varphi)\tag{4-57}$$

【例 4-11】 将例 4-10 中的功率因数从 0.9 再提高到 0.95，试问需要再并联多大电容？

【解】 直接利用式(4-57)来求解电容。其中 $\varphi_L=25.8°$，$\varphi=\arccos0.95=18.2°$，故

$$C=\frac{P}{2\pi fU^2}(\tan\varphi_L-\tan\varphi)=\frac{10\times10^3}{2\times3.14\times50\times220^2}(\tan25.8°-\tan18.2°)=103\mu\text{F}$$

此时总电流

$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}=\frac{10\times10^3}{220\times0.95}=47.8\text{A}$$

很显然，功率因数提高后，电流减小，但继续提高功率因数需要大电容，成本较高，且电流减小得并不明显。一般情况下，高压用户的功率因数不能低于 0.95，低压用户的功率因数不能低于 0.9，但不需提高到 1。

通过前几节对交流电路电压和电流关系以及功率的分析，为了便于学习和记忆，将交流电路的主要结论整理于表 4－1 中。

表 4－1　交流电路的重要关系总结

项目 电路	阻　抗	电压与电流关系			功　率	
		相　位	有　效　值	相　量　式	有功功率	无功功率
电阻	R	同相	$U=RI$	$\dot{U}=R\dot{I}$	$P=UI=I^2R=\frac{U^2}{R}$	0
电感	$\mathrm{j}X_L$	电压超前电流 90°	$U=X_LI$	$\dot{U}=\mathrm{j}X_L\dot{I}$	0	$Q=UI=X_LI^2=\frac{U^2}{X_L}$
电容	$-\mathrm{j}X_C$	电压滞后电流 90°	$U=X_CI$	$\dot{U}=-\mathrm{j}X_C\dot{I}$	0	$Q=-UI=-X_CI^2=-\frac{U^2}{X_C}$

4.7　交流电路的频率特性

在交流电路中，电容的容抗和电感的感抗都与频率有关，当电源频率一定时，容抗和感抗为确定值；当电源(激励)频率改变时，容抗和感抗值也随着变化，感抗和容抗的变化又会引起电路中各部分电压和电流(响应)的变化。电压和电流与频率的关系称为电路的频率特性或者频率响应。在电力系统中，电源频率一般是固定不变的，但是在电子、通信以及控制领域中，经常要研究在不同频率下电路的工作情况。本节将在频率域内对电路进行分析，分析电压和电流随频率的变化规律。因为容抗和感抗都具有随频率而改变的特性，也就对不同频率的输入信号产生不同的响应。

4.7.1　*RC* 电路的选频特性

所谓选频特性就是指在由 RC 组成的电路中利用容抗随频率改变的特性，对不同频率的输入信号产生不同的响应，允许某些频率的信号到达输出端，而抑制输出端不需要的其他频率的信号，即 RC 电路起到了一定的滤波作用。为此，由 RC 构成的电路又称 RC 滤波电路。根据滤波电路所允许通过的信号频率范围可以将滤波电路分为低通、高通、带通、带阻等多种。

1. 低通滤波电路

如图 4.23 所示的 RC 串联电路，用相量法分析输出电压与输入电压的关系。因两者都可以写成频率的函数，故电路输出电压与输入电压的比值就称为电路的转移函数，是一个关于角频率 ω 的复函数，用 $H(\mathrm{j}\omega)$ 表示。

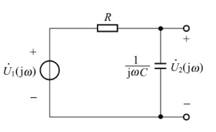


图 4.23　*RC* 低通滤波电路

由图 4.23 可得

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_1(\mathrm{j}\omega)}=\frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}=\frac{1}{1+\mathrm{j}\omega RC}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\angle -\arctan(\omega RC)=|H(\mathrm{j}\omega)|\angle\varphi(\omega) \quad (4-58)$$

式中

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{U_2(\mathrm{j}\omega)}{U_1(\mathrm{j}\omega)}=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \quad (4-59)$$

$|H(\mathrm{j}\omega)|$是转移函数$H(\mathrm{j}\omega)$的模，是角频率ω的函数。$|H(\mathrm{j}\omega)|$随ω变化的特性称为幅频特性。

式(4－58)中

$$\varphi(\omega)=-\arctan(\omega RC) \quad (4-60)$$

$\varphi(\omega)$是$H(\mathrm{j}\omega)$的辐角，即输出电压与输入电压的相位差，也是ω的函数。$\varphi(\omega)$随ω变化的特性称为相频特性。幅频特性和相频特性统称为转移函数的频率特性。

由式(4－59)和式(4－60)分析ω变化时的频率特性，见表4－2。

表4－2　低通滤波电路的频率特性

项目 \ ω值	0	$\omega_0=\frac{1}{RC}$	∞
$\lvert H(\mathrm{j}\omega)\rvert$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707$	0
$\varphi(\omega)$	0	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$

由表4－2可以看出，在频率为零即直流时，输出电压等于输入电压，幅值和相位都与输入的相同；随着频率增大，幅值减小，即输出电压减小；当ω趋于无穷大时，输出电压幅值为零，即该电路将高频信号完全抑制。其幅频特性和相频特性的变化如图4.24所示。由图4.24可以看出，当$\omega=\omega_0=\frac{1}{RC}$时，输出电压下降到输入电压的0.707倍；在$\omega=0\sim\omega_0$时，$|H(\mathrm{j}\omega)|$的变化不大，接近于1；而当$\omega=\omega_0\sim\infty$时，$|H(\mathrm{j}\omega)|$下降明显。这表明该滤波电路具有抑制较高频率信号而允许低频率信号通过的功能，故称为低通滤波电路。而ω_0称为低通滤波电路的截止频率或3dB频率，即当$\omega<\omega_0$时，信号通过；当$\omega>\omega_0$时，信号被抑制。在0到ω_0的频率范围称为通频带。

2. 高通滤波电路

图4.25所示的电路与图4.24的电路结构相同，只是输出是从电阻R两端取出。

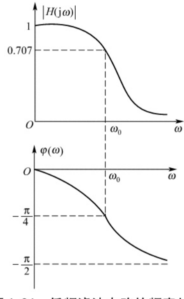


图 4.24　低频滤波电路的频率特性

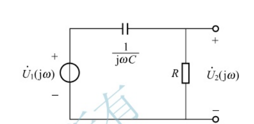


图 4.25　RC 高通滤波电路

电路的传递函数为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_1(\mathrm{j}\omega)}=\frac{R}{R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}=\frac{\mathrm{j}\omega RC}{1+\mathrm{j}\omega RC}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}}\angle\arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)=|H(\mathrm{j}\omega)|\angle\varphi(\omega) \tag{4-61}$$

式中

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{U_2(\mathrm{j}\omega)}{U_1(\mathrm{j}\omega)}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \tag{4-62}$$

$$\varphi(\omega)=\arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \tag{4-63}$$

由式(4－62)和式(4－63)分析 ω 变化时传递函数的频率特性，见表 4－3 和图 4.26 所示。

表 4－3　高通滤波的频率特性

项目 \ ω 值	0	$\omega_0=\frac{1}{RC}$	∞
$\lvert H(\mathrm{j}\omega)\rvert$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707$	1
$\varphi(\omega)$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	0

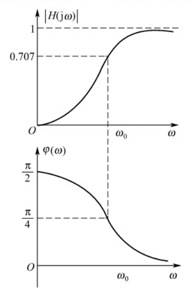


图 4.26　高频滤波电路的频率特性

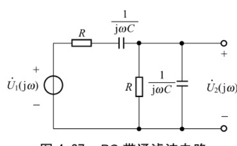


图 4.27　RC 带通滤波电路

由图 4.26 可知，图 4.25 所示的滤波电路具有抑制低频信号而使高频信号通过的作用，故称为高通滤波器。

3. 带通滤波电路

图 4.27 所示电路是 RC 带通滤波电路。电路的传递函数为

$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}=\frac{\dfrac{\dfrac{R}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}+\dfrac{\dfrac{R}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{3^2+\left(\omega RC-\dfrac{1}{\omega RC}\right)^2}}\angle -\arctan\left(\frac{\omega RC-\dfrac{1}{\omega RC}}{3}\right)=|H(j\omega)|\angle\varphi(\omega) \quad (4-64)$$

式中

$$|H(j\omega)|=\frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}=\frac{1}{\sqrt{3^2+\left(\omega RC-\dfrac{1}{\omega RC}\right)^2}} \quad (4-65)$$

$$\varphi(\omega)=-\arctan\left(\frac{\omega RC-\dfrac{1}{\omega RC}}{3}\right) \quad (4-66)$$

由式(4－65)和式(4－66)可得电路随频率变化的频率特性，见表 4－4 和图 4.28。

表 4－4　带通滤波的频率特性

项目 \ ω 值	0	$\omega_0=\frac{1}{RC}$	∞
$\lvert H(j\omega)\rvert$	0	$\frac{1}{3}$	0
$\varphi(\omega)$	$\frac{\pi}{2}$	0	$-\frac{\pi}{2}$

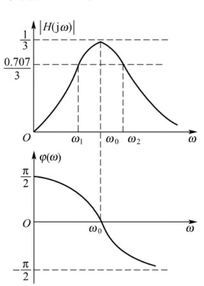


图 4.28　RC 带通滤波电路的频率特性

在此还规定，当$|H(\mathrm{j}\omega)|$等于最大值的$1/\sqrt{2}$(即0.707倍)处所对应上下限之间的频率范围称为通频带宽度，简称带宽，用BW表示，即$\mathrm{BW}=\omega_2-\omega_1$。

4.7.2 谐振电路

谐振是交流电路中产生的一种特殊现象，对谐振现象的研究有着重要的意义。一方面，谐振现象在工作生产中有广泛的应用，例如可以用于高频加热、收音机或电视机的接收电路中；另一方面，谐振的发生会在电路中的某些元件上产生过大的电压或电流，致使元件或者电路受损，在这种情况下又要避免谐振发生。无论是利用它还是避免它，都必须先认识谐振并掌握其工作特征。

在含有电容和电感元件的交流电路中，当电路总电压与总电流的相位相同时，整个电路呈电阻性，这种现象就称为谐振。根据产生谐振的电路结构不同，又可分为串联谐振和并联谐振两种电路。

1. 串联谐振电路

在图4.29所示的RLC串联电路中，总电压u与总电流i的相位差为

$$\varphi=\arctan\frac{X_\mathrm{L}-X_\mathrm{C}}{R}$$

由谐振定义，总电压u与总电流i同相时，即$\varphi=0°$，电路中产生谐振。故产生谐振的条件是

$$X_\mathrm{L}=X_\mathrm{C}\quad 或\quad \omega L=\frac{1}{\omega C}\tag{4-67}$$

由式(4-67)可以得到串联谐振时的角频率和频率分别为

$$\omega=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\quad f=f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\tag{4-68}$$

图4.29 RLC串联电路

通过改变电源频率f或者改变电路参数L或C满足式(4-67)时，则发生谐振。f_0和ω_0分别称为谐振频率和谐振角频率。

串联谐振发生时，电路具有下列特征。

(1) 阻抗模最小，即$|Z|=\sqrt{R^2+(X_\mathrm{L}-X_\mathrm{C})^2}=R$。在电源电压$U$一定时，电路中的电流$I$将达到最大，即$I=I_0=\dfrac{U}{|Z|}=\dfrac{U}{R}$。

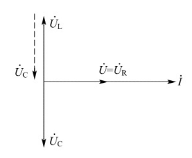


图4.30 串联谐振时电压相量图

(2) 电路的总无功功率为0，即$Q=UI\sin\varphi=0$。电源输出的能量全被电阻所消耗，电源与电路之间没有能量交换，但电感与电容之间有能量交换，而且两者之间进行的是完全的能量补偿，即$Q_\mathrm{L}=|Q_\mathrm{C}|$。

(3) 电感与电容的电压相互抵消，因$X_\mathrm{L}=X_\mathrm{C}$，所以$U_\mathrm{L}=U_\mathrm{C}$，且两者在相位上反相，即$\dot{U}_\mathrm{L}+\dot{U}_\mathrm{C}=0$，此时电路总电压$\dot{U}=\dot{U}_\mathrm{R}+\dot{U}_\mathrm{L}+\dot{U}_\mathrm{C}=\dot{U}_\mathrm{R}$。电压相量关系如图4.30所示。虽然$\dot{U}_\mathrm{L}+\dot{U}_\mathrm{C}=0$但是$\dot{U}_\mathrm{L}$和$\dot{U}_\mathrm{C}$的作用不容忽视，因为



$$U_L = X_L I = \frac{\omega_0 L}{R} U$$

$$U_C = X_C I = \frac{1}{\omega_0 CR} U$$

当 $X_L = X_C \gg R$ 时，U_L 和 U_C 都将高于电源电压 U，为此，串联谐振又称电压谐振。如果 U_L 和 U_C 过高，将会击穿线圈和电容器的绝缘层。因此，在电力工程中，一般应避免串联谐振发生。而在通信工程中恰好相反，由于其工作信号比较微弱，往往利用串联谐振来获得较高的电压信号。

U_L 和 U_C 与电源电压的比值通常用 Q 来表示

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\omega_0 L}{R} \tag{4-69}$$

Q 称为电路的品质因数，无量纲，其意义表示电路发生串联谐振时电容或电感元件上的电压有效值是电源电压有效值的 Q 倍。品质因数 Q 还有另外一个物理意义，Q 会影响电路对信号频率的选择性。如图 4.31 所示，当谐振曲线比较尖锐时，一旦信号频率偏离谐振频率，该信号就大大减弱，即谐振曲线越尖锐，电路的频率选择性就越强。而曲线的尖锐程度与品质因数 Q 有关。设 L、C 不变，只改变 R，则 R 越小，Q 就越大，曲线越尖锐，选择性就越好。

2. 并联谐振电路

因实际线圈的电路模型通常用电阻和电感元件的串联来表示，故分析并联电路时采用如图 4.32 所示的并联电路。

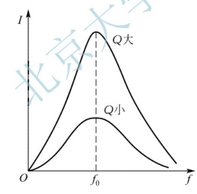


图 4.31　Q 对频率曲线的影响

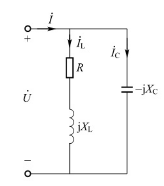


图 4.32　线圈与电容的并联电路

电路的等效阻抗为

$$Z = \frac{(R + j\omega L)\left(-j\frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} \tag{4-70}$$

设谐振时，$\omega_0 L \gg R$，则式(4－70)化简为

$$Z = \frac{j\omega L\left(-j\frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{\frac{L}{C}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

当 $\omega L=\frac{1}{\omega C}$时，电路呈电阻性，发生并联谐振，即并联谐振时的角频率和频率分别为

$$\omega=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\quad f=f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

并联谐振发生时，电路具有下列特征。

(1) 阻抗模最大，即 $|Z|=\frac{L}{RC}$；在电源电压不变时，电流将达到最小值，即 $I=I_0=\frac{U}{|Z|}$。

(2) 电源与电路之间没有能量交换，电路的总无功功率为 0，即 $Q=UI\sin\varphi=0$。但电感与电容之间有能量交换，而且两者之间进行的是完全的能量补偿，即 $Q_L=|Q_C|$。

(3) 谐振时，电流 $\dot{I}_L$ 和 $\dot{I}_C$ 相互抵消。因 $I_L=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega_0 L)^2}}\approx\frac{U}{\omega_0 L}$，$I_C=U\omega_0 C$，由于 $\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}$，则可以认为 $I_L=I_C\gg I$。由于 I_L 与 I_C 相等且可能远远大于总电流 I，故并联谐振又称电流谐振。电流的相量图如图 4.33 所示。

I_L 或 I_C 与总电流 I 的比值又称品质因数 Q，即

$$Q=\frac{I_L}{I}=\frac{I_C}{I}=\frac{1}{\omega_0 RC}=\frac{\omega_0 L}{R}$$

并联谐振在通信工程中也有广泛的应用。

【例 4-12】 在如图 4.34 所示电路中，电源电压含有 800Hz 和 2kHz 两种频率的信号，如果要过滤掉 2kHz 的信号，使电阻上只有 800Hz 的信号输出，若 $L=12\text{mH}$，则电容 C 应该为多少？

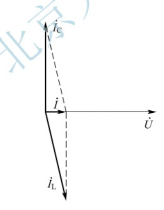


图 4.33 并联谐振时的电流相量图

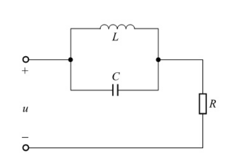


图 4.34 例 4-12 图

【解】 只要使 2kHz 的信号在 LC 并联电路中产生并联谐振，等效阻抗 $Z_{LC}\to\infty$，2kHz 的信号便无法通过，从而使电阻上只有 800Hz 的信号。由谐振频率的公式 $f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$求得

$$\begin{aligned}C&=\frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}=\frac{1}{4\times3.14^2\times2\,000^2\times12\times10^{-3}}\\&=0.53\times10^{-6}\text{F}\\&=0.53\mu\text{F}\end{aligned}$$



4.8 交流电路应用实例

交流电路在实际工程中有非常广泛的应用，本节将介绍荧光灯电路的结构和工作原理。

4.8.1 荧光灯电路

1. 电路结构

荧光灯电路主要由荧光灯管、镇流器和辉光启动器(简称启辉器)三部分构成，如图4.35所示。镇流器是一个带铁心的线圈，实际上相当于一个电感和等效电阻的串联。镇流器在电路中与荧光灯管串联。启辉器是一个充有氖气的小玻璃泡，内装一个固定电极触片和U型可动双金属电极触片。U型电极触片受热膨胀弯曲后，其触点会与固定电极的触点闭合。启辉器与荧光灯管并联。荧光灯管为一内壁涂有荧光粉的玻璃管，灯管两端各有一个灯丝，管内抽成真空，充有惰性气体和水银蒸气。

2. 工作原理

电源刚接通时，由于灯管尚未导通，启辉器的两极因承受全部电压而产生辉光放电，启辉器的U型电极触片受热弯曲而与固定触片接触，电流流过镇流器、灯管两端灯丝及起辉器构成回路。同时，启辉器的两极接触后，辉光放电结束，双金属片冷却收缩，启辉器两极重新断开，使在两极断开瞬间镇流器产生较高的感应电动势与电源电压一起(共400～600V)加在灯管两端，使灯管中气体电离而放电，产生紫外线，激发管壁上的荧光粉。灯管点燃后，由于镇流器的限流作用，使得灯管两端的电压较低(约90V)，而启辉器与荧光灯管并联，较低的电压不能使启辉器再次起动。此时，启辉器处于断开状态，即使将它拿掉也不影响灯管正常工作。

荧光灯电路导通时，其灯管相当于一个纯电阻 R，镇流器是具有一定内阻 R_0 的电感线圈。所以整个电路为 RL 串联交流电路，如图4.36所示。

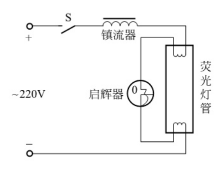


图4.35 荧光灯电路

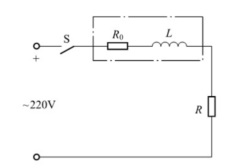


图4.36 荧光灯等效电路

4.8.2 收音机的调谐电路

在无线电技术中，常应用串联谐振电路的选择性来选择信号，如收音机的调谐功能。接收机通过接收天线，接收到各种频率的电磁波信号，每一种频率的电磁波信号都要在天线回路中产生相应的微弱的感应电流。为了达到选择各个频率信号的目的，通常在收

音机中采用如图 4.37(a)所示的输入电路作为接收机的调谐电路。它的作用是将需要收听的信号从天线所收到的许多不同频率的信号中选出来，其他不需要的信号则尽量把它抑制掉。

输入调谐回路的主要部分是线圈 L_2 与可变电容器 C 组成的串联谐振电路。由于天线回路 L_1 与调谐回路 L_2C 之间有感应作用，于是在 L_2C 回路中便感应出和天线接收到的各种频率的电磁波信号相对应的电压 u_{s1}、u_{s2}、u_{s3} 等，如图 4.36(b)所示，图中电阻 R 为线圈 L_2 的电阻。由图 4.37(b)可知，各种频率的电压 u_{s1}、u_{s2}、u_{s3} 等与 RLC 电路串联构成回路。把调谐电路中的电容 C 调节到某一值，这时恰好使电路与该值对应的固有频率 f_0 等于天线接收到的某电台的电磁波信号频率 f_1(或 f_2……)，则该信号便使电路发生谐振，因此在 L_2C 回路中频率为 $f_1(=f_0)$ 的信号电流达到最大值，电容 C 上的频率为 $f_1(=f_0)$ 的电压也很大，并送到下一级进行放大，就能收听到该电台的广播节目。其他各种频率的信号虽然也在电路中出现，但由于其频率偏离了固有频率，不能发生谐振，电流很小，被调谐电路抑制掉。收音机的调谐电路就像守门员一样，让所需要的信号进入大门，将不需要的信号拒之门外。当再改变电容器的电容值时，使电路和其他某一频率的信号发生谐振，该频率的电流又达到最大值，信号最强，其他频率的信号被抑制掉，这样就达到了选择信号及抑制干扰的作用，即实现了选择电台的目的。

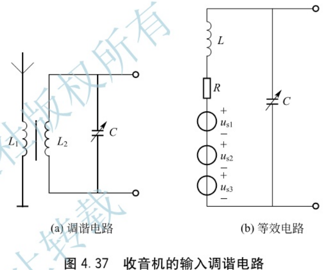


图 4.37　收音机的输入调谐电路

【例 4-13】 收音机的输入调谐电路如图 4.37(b)所示，线圈 L 的电感参数 $L=0.3\text{mH}$，电容 C 在 30～300pF 之间可调。试求该收音机可以收听的频率范围。

【解】 当 $C=30\text{pF}$ 时

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\times3.14\times\sqrt{0.3\times10^{-3}\times30\times10^{-12}}}\text{Hz}=1\ 678\text{kHz}$$

当 $C=300\text{pF}$ 时

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\times3.14\times\sqrt{0.3\times10^{-3}\times300\times10^{-12}}}\text{Hz}=530\text{kHz}$$

故该收音机的收听频率范围为 530～1 678kHz。

小　　结

1. 正弦量的瞬时值与相量表达式

正弦电压的瞬时值表达式：$u=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi_u)$，其中包含有效值 U、角频率 ω 和初相位 φ_u 三个要素。

正弦电压的相量表达式：$\dot{U}=U\angle\varphi_u$，其中只包含正弦量的两个要素，即有效值和角



频率。这说明相量是用来表示正弦量而不能等于正弦量。

2. 电阻、电感和电容的电压电流关系的相量表达式

电阻：$\dot{U}=R\dot{I}$，电阻的电压与电流同频同相。

电感：$\dot{U}=\mathrm{j}X_L\dot{I}$，电感的电压与电流同频，电压超前电流90°。

电容：$\dot{U}=-\mathrm{j}X_C\dot{I}$，电容的电压与电流同频，电压滞后电流90°。

3. RLC 串联交流电路的阻抗、电压、电流关系及电路性质分析

阻抗：$Z=R+\mathrm{j}(X_L-X_C)$。

电压关系：$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L+\dot{U}_C$。

电压电流关系：$\dot{U}=Z\dot{I}$。

电路性质：$X_L>X_C$时，电路呈感性；$X_L<X_C$时，电路呈容性；$X_L=X_C$时，电路呈阻性。

4. 交流电路的有功功率和无功功率的计算及功率因数的提高

有功功率：$P=UI\cos\varphi=I^2R$，有功功率仅仅是电阻上消耗的功率。

无功功率：$Q=UI\sin\varphi=I^2(X_L-X_C)$，无功功率是指电源与电路之间进行的能量交换的最大规模。

视在功率：$S=UI$，是指电气设备的容量。

功率因数：$\lambda=\cos\varphi=\dfrac{P}{S}$，是指电路实际消耗功率与电源发出功率的比值；功率因数过低使设备利用率低，电路能量损耗大，故一般在感性负载两端并联电容来提高电路的功率因数。

5. 交流电路谐振的概念及串并联谐振产生的条件及电路特征

谐振产生的条件：$X_L=X_C$ 或 $\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$。

谐振频率：$f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$。

串联谐振电路的特征：阻抗最小；电源电压一定时，电流有效值最大；电源与电路之间无能量交换，电感与电容之间进行完全的能量补偿。

并联谐振电路的特征：阻抗最大；电压一定时，电流有效值最小；电源与电路之间无能量交换，电感与电容之间进行完全的能量补偿。


知识链接

非正弦周期信号电路的谐波分析

正弦信号是周期信号中最基本最简单的，可以用相量表示和分析，而其他周期信号是不能用相量表示的。对于这些非正弦周期信号，只要满足狄里赫利条件①，都可以展开成傅里叶级数。即把非正弦周

① 所谓狄里赫利条件，就是周期函数在一个周期内包含有限个最大值和最小值，以及有限个第一类间断点。在电工技术中所涉及的非正弦周期信号都能满足这个条件。

期信号展开成许多不同频率的正弦信号，这种分析方法就称为谐波分析。设一非正弦周期函数为 $f(t)$，其角频率为 ω，那么就可以将其分解为下列傅里叶级数

$$f(t) = A_0 + A_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2) + \cdots$$
$$= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km}(k\omega t + \psi_k)$$

式中，A_0 称为直流分量；第二项的频率与周期函数的频率相同，称为基波分量或一次谐波分量；其余各项的频率分别为周期函数频率的整数倍，称为高次谐波分量，如 $k=2$，3，…的各项分别称为二次谐波、三次谐波等。

非正弦周期电压和电流信号也都可以进行如上的傅里叶级数展开。非正弦周期电压和电流信号的有效值即均方根值与它的直流分量和各次谐波分量有如下关系

$$U = \sqrt{U_0{}^2 + U_1{}^2 + U_2{}^2 + \cdots}$$
$$I = \sqrt{I_0{}^2 + I_1{}^2 + I_2{}^2 + \cdots}$$

当作用于电路的电源为非正弦周期信号电源时，电路中的电压和电流都将是非正弦周期量。对于这样的线性电路可以利用谐波分析和叠加定理共同分析。

首先，将非正弦周期信号电源进行谐波分析，求出电源信号的直流分量和各次谐波分量；然后，求出非正弦周期信号电源的直流分量和各次谐波分量分别单独作用时在电路中所产生的电压和电流；最后，将属于同一支路的分量进行叠加得到实际的电压和电流。

在计算过程中，对于直流分量，可以用直流电路的计算方法，即电容相当于开路，电感相当于短路；对于各次谐波分量，可用交流电路的相量分析法，注意容抗与频率成反比，感抗与频率成正比。尤其要注意的是，在最后进行叠加时，不能是相量相加，一定是瞬时值相加，因为直流分量和各次谐波分量的频率不同。

非正弦周期信号电路的总有功功率等于直流分量的功率和各次谐波分量的有功功率之和，即

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \cdots = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + \cdots$$



习　题

4-1　单项选择题

(1) 下列正弦量表达式中正确的是(　　)。

A. $i=5\sin(\omega t-30^\circ)=5e^{-j30^\circ}$A　　B. $U=100\sqrt{2}\sin(\omega t+45^\circ)$V

C. $I=10\angle 30^\circ$A　　D. $i=10\sin t$A

(2) 正弦电流通过电感时，下列关系式正确的是(　　)。

A. $U=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$　　B. $\dot{I}=-\mathrm{j}\dfrac{\dot{U}}{\omega L}$　　C. $u=\omega Li$　　D. $\dot{I}=\mathrm{j}\omega L\dot{U}$

(3) RLC 串联电路中，下列表达式错误的是(　　)。

A. $u=u_R+u_L+u_C$　　B. $I=\dfrac{U}{Z}$

C. $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{R+\mathrm{j}\omega L+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}$　　D. $Z=R+\mathrm{j}\omega L+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}$

(4) 当 RLC 串联电路的频率低于谐振频率时，电路呈(　　)。

A. 电容性　　B. 电感性　　C. 电阻性　　D. 不确定

(5) 当 RLC 串联电路的频率高于谐振频率时，电路呈(　　)。

A. 电容性　　B. 电感性　　C. 电阻性　　D. 不确定

图 4.38　习题 4-1(6)图

(6) 如图 4.38 所示的电路元件可能是一个电阻，一个电感，或者一个电容，若两端加以正弦电压 $u=20\sin(10^3t+30°)$V 时，电流为 $i=5\sin(10^3t-60°)$A，则该电路元件为(　　)。

A. 电感元件，$L=4$mH　　B. 电阻元件，$R=4\Omega$

C. 电容元件，$C=250\mu$F　　D. 电阻元件，$R=-4\Omega$

(7) 若电压 $u=u_1+u_2$，且 $u_1=10\sin\omega t$V，$u_2=10\sin\omega t$V，则 u 的有效值为(　　)。

A. 20V　　B. $\frac{20}{\sqrt{2}}$V　　C. 10V　　D. $\frac{10}{\sqrt{2}}$V

(8) 已知正弦电流 $i_1=10\cos(\omega t+30°)$A，$i_2=10\sin(\omega t-15°)$A，则 i_1 超前于 i_2(　　)。

A. 45°　　B. −45°　　C. 105°　　D. 135°

(9) 如图 4.39 所示的电路，电压 $u=4\sqrt{2}\cos\omega t$V，$u_1=3\sqrt{2}\sin\omega t$V，则电压表读数为(　　)。

A. 1V　　B. 7V　　C. 5V　　D. $4\sqrt{2}$V

(10) 如图 4.40 所示的电路，已知 $i_1=3\sqrt{2}\cos(\omega t+45°)$A，$i_2=3\sqrt{2}\sin(\omega t-45°)$A，则电流表读数为(　　)。

A. 6A　　B. $3\sqrt{2}$A　　C. 3A　　D. 0

图 4.39　题 4-1(9)图

图 4.40　题 4-1(10)图

4-2　判断题(正确的请在每小题后的圆括号内打“√”，错误的打“×”)

(1) 两个同频的正弦电流在某瞬时值都是 5A，则两者是同相同幅值。(　　)

(2) $i_1=15\sin(100\pi t+45°)$A，$i_2=10\sin(100\pi t-30°)$A，两者的相位差为 75°。(　　)

(3) 电阻元件的电压有效值与电流有效值的比值是电阻 R。(　　)

(4) 电感元件的电压有效值与电流有效值的比值是电感 L。(　　)

(5) 电感元件在相位上，电流超前于电压 90°。(　　)

(6) 电容元件在相位上，电流超前于电压 90°。(　　)

(7) 在电压有效值一定时，频率愈高，则通过电感元件的电流有效值愈小。(　　)

(8) 在 RLC 串联的电路中，串联电压 $U=U_R+U_L+U_C$。(　　)

(9) RLC 串联电路的功率因数一定小于 1。(　　)

(10) RLC 串联电路发生谐振时，由于 $X_L=X_C$，于是 $\dot{U}_L=\dot{U}_C$。(　　)

4-3　已知正弦电压 $u=311\sin(314t+30°)$V，求

(1) 有效值、初相位、频率和周期。

(2) 画出该电压的波形图。

(3) 当 $t=0$ 和 $t=0.015\text{s}$ 时的电压瞬时值。

4-4 有一正弦交流电流，它的有效值为20A，频率为50Hz，若时间起点取在它的正向最大值处，试写出此正弦电流的瞬时值表达式。

4-5 已知两个同频正弦电流的相量分别为 $\dot{I}_1=5\angle 30^\circ\text{A}$，$\dot{I}_2=-10\angle -150^\circ\text{A}$，其频率 $f=50\text{Hz}$。求

(1)两电流的瞬时值表达式；(2)两电流的相位差。

4-6 已知某一支路的电压和电流分别为

$$u=10\sin(10^3t-30^\circ)\text{V}$$
$$i=50\cos(10^3t-50^\circ)\text{A}$$

(1) 画出它们的波形图，求出它们的有效值、频率和周期。

(2) 写出它们的相量表达式，求出相位差并且画出相量图。

4-7 已知一条支路中两串联元件的电压分别为 $u_1=8\sqrt{2}\sin(\omega t+60^\circ)\text{V}$，$u_2=6\sqrt{2}\sin(\omega t-30^\circ)\text{V}$。试求支路电压 $u=u_1+u_2$，并画出相量图。

4-8 已知两支路并联，总电流 $i=10\sqrt{2}\sin(\omega t+60^\circ)\text{A}$，支路1的电流 $i_1=8\sqrt{2}\sin(\omega t+30^\circ)\text{A}$。试求支路2的电流 i_2，并画出相量图。

4-9 已知线性电阻 $R=10\Omega$，其上加正弦电压 $u=\sqrt{2}U\sin\omega t\text{V}$，电压与电流取关联参考方向。此时测得电阻消耗的功率为1kW。求此正弦电压的有效值。

4-10 已知电感线圈 $L=20\text{mH}$，电阻忽略不计，电压与电流取关联参考方向。求

(1) 当通以正弦电流 $i=2\sqrt{2}\sin314t\text{A}$ 时，线圈两端的电压 u。

(2) 当在电感两端加电压 $\dot{U}=127\angle 30^\circ\text{V}$，$f=50\text{Hz}$ 时，其电流 $\dot{I}$ 并画出相量图。

4-11 已知电容 $C=10\mu\text{F}$，电阻忽略不计，电压与电流取关联参考方向。

(1) 当在电容上加正弦电压 $u=220\sqrt{2}\sin314t\text{V}$ 时，求电流 i。

(2) 若电容上通过 $f=50\text{Hz}$ 的正弦电流 $\dot{I}=0.1\angle -30^\circ\text{A}$，求电压 $\dot{U}$，并作相量图。

4-12 某元件的电压和电流取关联的参考方向时，若分别为下列4种情况，则它可能是什么元件？

(1) $\begin{cases}u=10\cos(10t+45^\circ)\text{V}\\ i=5\sin(10t+135^\circ)\text{A}\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}u=10\cos t\text{V}\\ i=5\sin t\text{A}\end{cases}$

(3) $\begin{cases}u=10\sin314t\text{V}\\ i=5\cos314t\text{A}\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}u=10\sin(314t+45^\circ)\text{V}\\ i=5\sin314t\text{A}\end{cases}$

4-13 将一个电感线圈接到20V的直流电源时，通过的电流为1A；将该线圈改接到2kHz，20V的交流电源时，电流为0.8A。求该线圈的电阻 R 和电感 L。

4-14 已知电阻 $R=4\Omega$，电容 $C=354\mu\text{F}$，电感 $L=19\text{mH}$，将三者串联后分别接在220V，50Hz和220V，100Hz的交流电源上。求上述两种情况下，串联电路的电流 $\dot{I}$，并分析电路性质。

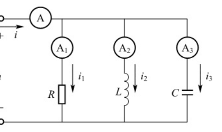


图4.41 题4-15图

4-15 如图4.41所示 RLC 并联电路中，电流表A和 A_1 的读数均为5A，A_2 的读数为3A。求电流表

A_3 的读数。

4-16　如图4.42所示电路为用三电流表测线圈参数的实验线路。已知电源频率 f=50Hz，图中电流表 A_1 和 A_2 的读数均为10A，A的读数为17.32A。求线圈电阻 R 和电感 L。

4-17　如图4.43所示正弦交流电路中，已知电压表V、V_1 和 V_2 的读数分别为10V、6V和3V。求电压表 V_3 的读数，并且画出相量图。

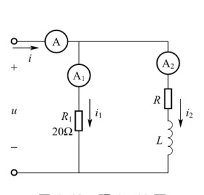


图4.42　题4-16图

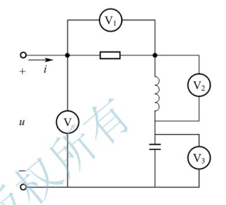


图4.43　题4-17图

4-18　如图4.44所示电路中，已知 f=50Hz，R=4Ω，L=12.75mH，C=796μF，I_L=10A。求 U 和 I 的值，并画出相量图。

4-19　RLC 串联交流电路中，已知 R=1.5Ω，L=2mH，C=2 000μF。试求

(1) ω 为多少时，$\dot{I}$ 比 $\dot{U}$ 超前 $\frac{\pi}{4}$？

(2) ω 为多少时，$\dot{I}$ 和 $\dot{U}$ 同相？

(3) ω 为多少时，$\dot{U}$ 比 $\dot{I}$ 超前 $\frac{\pi}{4}$？

4-20　在如图4.45所示电路中，U=220V，R_1=10Ω，$X_1=10\sqrt{3}\,\Omega$，R_2=20Ω，$X_2=20\sqrt{3}\,\Omega$。试求：(1)各支路电流；(2)有功功率和无功功率；(3)功率因数，并判断电路性质。

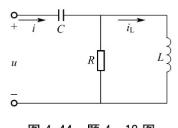


图4.44　题4-18图

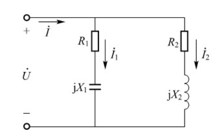


图4.45　题4-20图

4-21　有一个 RC 串联电路，电源电压为 $\dot{U}$，电阻和电容上的电压分别为 $\dot{U}_R$ 和 $\dot{U}_C$。已知电路阻抗模为2kΩ，电源频率 f=1kHz，并设 $\dot{U}$ 与 $\dot{U}_C$ 之间的相位差为30°。试求 R 和 C 的值，并说明在相位上 $\dot{U}_C$ 比 $\dot{U}$ 是超前还是滞后。

4-22 某感性负载(可视为 RL 串联)接在220V，50Hz的电源上，通过负载的电流 $I=10\text{A}$，消耗有功功率1 500W。求负载的功率因数以及电阻 R 和电感 L。

4-23 有一 RLC 串联的交流电路，$R=30\Omega$，$X_L=40\Omega$，$X_C=80\Omega$，接在220V的交流电源上。求电路的总有功功率、无功功率和视在功率。

4-24 某台感应电动机，在额定工作状态下其从电网上取用的功率为1.1kW。当在220V的额定电压下工作时，电流 $I=10\text{A}$。求

(1) 感应电动机的功率因数。

(2) 若要使功率因数提高到0.9，应在电动机两端并联多大的电容?

4-25 图4.46所示荧光灯电路接在220V，50Hz的交流电源上工作时，测得灯管电压为100V，电流为0.4A，镇流器的功率为7W。求

(1) 灯管电阻 R、镇流器电阻 R_L 和电感 L。

(2) 灯管消耗的有功功率、电路总的有功功率以及电路的功率因数。

(3) 要使电路的功率因数提高到0.9，需并联多大电容?

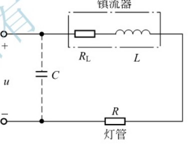


图4.46 题4-25图

4-26 在如图4.47所示电路中，已知 $R_1=30\Omega$，$R_2=50\Omega$，$R_3=100\Omega$，$X_{C1}=20\Omega$，$X_{C2}=100\Omega$，$X_L=50\Omega$。求输入端总阻抗 Z；若 $U=200\text{V}$，求 I_1、I_2 和 I。

4-27 电路如图4.48所示，已知 $Z_1=(30+\text{j}40)\Omega$，$Z_2=(50-\text{j}20)\Omega$，$Z_3=(10+\text{j}20)\Omega$，$U=100\text{V}$。求各支路电流 I_1、I_2 和 I，并求电路的总有功功率。

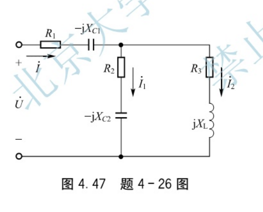


图4.47 题4-26图

图4.48 题4-47图

4-28 在 RLC 串联电路中，$R=50\Omega$，$L=400\text{mH}$，谐振角频率 $\omega_0=5\ 000\text{rad/s}$，电源电压 $U_S=1\text{V}$。求电容 C 及各元件电压的瞬时值表达式。

4-29 某收音机的接收电路的电感约为40mH，可调电容器的调节范围为30~375pF。试问能否满足收听45~145kHz波段的要求?

4-30 一 RLC 串联电路，接在100V，50Hz的交流电源上，$R=4\Omega$，$X_L=6\Omega$，电容 C 可调。试求：

(1) 当电路电流为20A时，电容 C 是多少?

(2) 电容 C 调节到何值时，电路电流最大? 此时电流是多少?

4-31 在如图4.49所示电路中，电源包含两种频率的信号，$\omega_1=1\ 000\text{rad/s}$，$\omega_2=3\ 000\text{rad/s}$，$C_2=0.125\mu\text{F}$。若使电阻上的输出电压 u_R 只含有 ω_1 的信号，试问 C_1 和 L_1 应为

何值?

4－32　如图 4.50 所示电路，已知电容 C 固定，要使电路在角频率 ω_1 时发生并联谐振，而在角频率 ω_2 时发生串联谐振，求 L_1、L_2 的值。

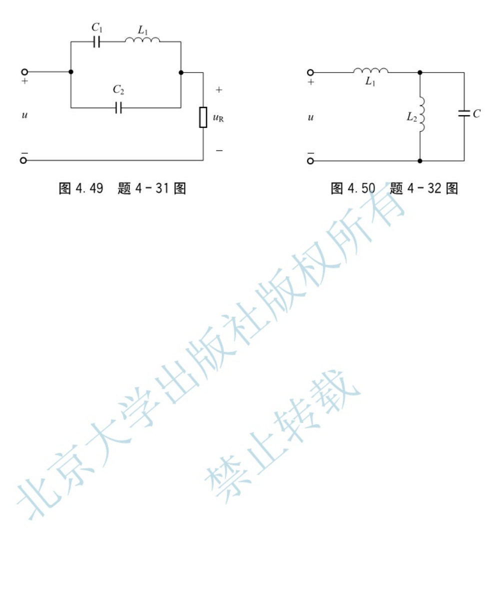


图 4.49　题 4－31 图

图 4.50　题 4－32 图

第5章 三相交流电路及安全用电

本章主要介绍三相对称电源的产生，三相电源和三相负载的连接方式，对称三相电路的计算，电力系统的有关知识等。重点为对称三相电路的分析和计算方法以及三相电路中电压、电流线值与相值的换算，了解安全用电和触电防护等内容。



教学目标与要求

- 了解三相对称电源的特点。
- 了解三相四线制及中性线的作用。
- 熟练掌握对称三相电路的分析和计算方法。
- 了解安全用电的基本常识。



引例

在家庭中通常采用的是单相交流电源，但是在工厂中普遍采用来自于变电站的三相交流电源(图 5.0 所示为某电厂 220kV 变电站)。正弦交流电路中中性线与接地线有什么区别？相电压、相电流与线电压、线电流之间怎样换算？它的接线方式又是怎样的？在使用用电设备时，可能会出现漏电、触电等情况，可以采取什么措施防止触电事故呢？特别是有的用电设备在使用过程中本身并未出现漏电等情况，人触摸设备外壳时却触电了，这是为什么？通过本章的学习可以答疑释惑。



图 5.0　某 220kV 变电站

5.1　三相对称电源

在生产建设中，三相交流电得到了广泛的应用。绝大多数用户采用三相对称的正弦交流电，简称三相对称电源。所谓三相对称电源，就是由三个频率相同、幅值相同、相

位互差 120°的三相电动势组成的电源系统。当任一个条件不满足要求时，称为不对称电源系统。通常在工业企业中采用的是三相对称电源。

5.1.1 三相对称电源的产生

众所周知，三相电能是由三相发电机生产提供的，具有三个对称电动势的发电机称为三相发电机。图 5.1(a)所示中，三相发电机的定子上分布着三个对称绕组(三个绕组的匝数相等、几何形状和尺寸相同)，彼此放置位置相差 120°，当发电机的转子通上直流电，则产生磁场。当发电机的转子由原动机(如汽轮机或水轮机等)拖动，以角频率 ω 顺时针匀速旋转时，产生旋转磁场。此时相当于定子绕组逆时针旋转作切割磁感线运动，在三相绕组中产生感应电动势 e_1、e_2 和 e_3，电动势的参考方向由负端(－)指向正端(＋)。绕组两端的电压用 u_1、u_2 和 u_3 表示，参考方向如图 5.1(b)所示。由于三相绕组在空间互差 120°，故三相电动势在相位上也互差 120°，因此产生了三相对称电源。若忽略电源的内阻抗，则电动势与绕组的外端电压相等。以 u_1 为参考相量，三相绕组两端电压的瞬时值可表示为

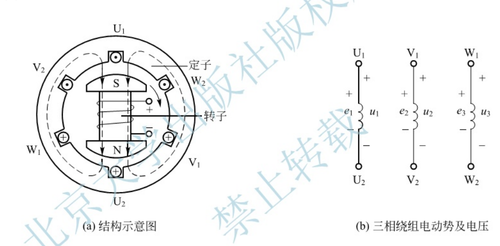


图 5.1 三相发电机的原理图

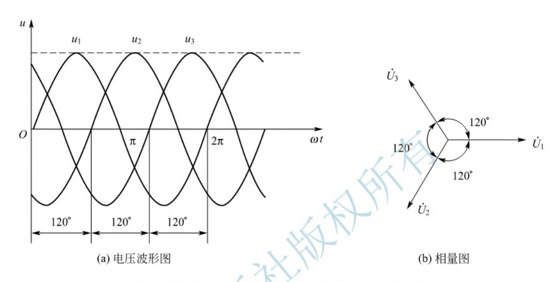
$$\left.\begin{aligned}u_1&=U_m\sin\omega t\\u_2&=U_m(\sin\omega t-120^\circ)\\u_3&=U_m(\sin\omega t-240^\circ)=U_m(\sin\omega t+120^\circ)\end{aligned}\right\}\tag{5-1}$$

由于三相电压为同频率的正弦量，故用相量形式可表示为

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1&=U\angle 0^\circ=U\\\dot{U}_2&=U\angle -120^\circ=U\left(-\frac{1}{2}-\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\\dot{U}_3&=U\angle +120^\circ=U\left(-\frac{1}{2}+\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\end{aligned}\right\}\tag{5-2}$$

在实际中，发电机的定子有许多槽，每个槽中的导线具有多匝，所有定子槽中的导线共分成三组，每组的导线首尾连接，称为定子中的一相绕组，共三相绕组。每个绕组都有始端和末端，通常设 U_1、V_1 和 W_1 为绕组的始端，U_2、V_2 和 W_2 为绕组的末端，如图 5.1(b)所示。

对称三相电源的电压波形图和相量图如图 5.2 所示。三相交流电在相位上的先后顺序称为相序，即三相电压 u_1、u_2 和 u_3 先后到达正的最大值的顺序。显然，式(5-2)中三相电压 u_1、u_2 和 u_3 到达正最大值的顺序为 $u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow u_3$，称为正序(或顺序)，否则称为负序(或逆序)。电力系统多采用正序。在三相电源中，每相绕组的电动势称为相电动势，每相绕组两端的电压称为相电压。在任何瞬时，三相对称电动势之和都等于零。



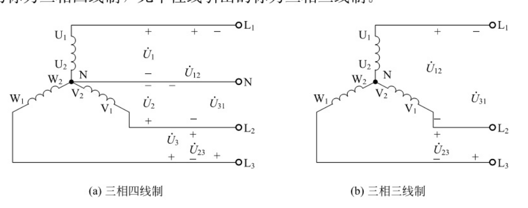
(a) 电压波形图　　(b) 相量图

图 5.2　三相对称电源电压的波形图和相量图

5.1.2　电源的星形连接

三相电源有两种连接方式：星形连接和三角形连接。一般可用符号简单表示为Y和△。通常大型发电机采用星形连接，星形连接能降低定子绕组的绝缘要求，另外还能防止因内部环流引起发电机定子绕组烧毁的事故。小型发电机既有星形连接也有三角形连接，但以星形连接居多。

电源的星形连接：将三相绕组的末端 U_2、V_2 和 W_2 连在一起，作为中性点，用 N 表示。由中性点引出的线称为中性线。若中性点接地，由中性点引出的线称为保护中性线，用 PEN 表示。PEN 线通常用于低压线路。由三相绕组的始端 U_1、V_1 和 W_1 分别引出的线称为相线，用 L_1、L_2 和 L_3 表示。相线俗称火线，接线方式如图 5.3 所示。图中有中性线引出的称为三相四线制，无中性线引出的称为三相三线制。



(a) 三相四线制　　(b) 三相三线制

图 5.3　三相电源的星形连接

三相电源相线之间的电压称为线电压，分别记作$\dot{U}_{12}$、$\dot{U}_{23}$和$\dot{U}_{31}$，有效值用U_{12}、U_{23}和U_{31}或U_L表示。

电源相线与中性线之间的电压称为相电压，用相量表示时，分别记作$\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$和$\dot{U}_3$，参考方向规定为三相绕组的始端指向末端，有效值用U_1、U_2和U_3或用U_P表示。

线电压的参考方向为由下标文字的先后次序规定，例如，$\dot{U}_{12}$的参考方向为由相线L_1指向相线L_2。各相电压和线电压的参考方向如图5.3中所示。

三相电源接成星形时，线电压与相电压之间大小不等，相位不同。根据图5.3中所规定的各线电压和相电压的参考方向，应用KVL可得出线电压与相电压之间的关系为

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{12}&=\dot{U}_1-\dot{U}_2\\ \dot{U}_{23}&=\dot{U}_2-\dot{U}_3\\ \dot{U}_{31}&=\dot{U}_3-\dot{U}_1\end{aligned}\right\}\tag{5-3}$$

若以$\dot{U}_1$为参考相量，可画出式5-3中线电压与相电压各量的相量图，如图5.4所示。

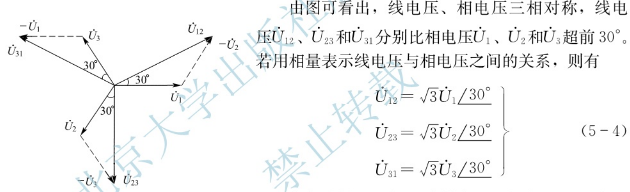


图5.4 三相对称电源星形连接时电压相量图

由图可看出，线电压、相电压三相对称，线电压$\dot{U}_{12}$、$\dot{U}_{23}$和$\dot{U}_{31}$分别比相电压$\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$和$\dot{U}_3$超前30°。若用相量表示线电压与相电压之间的关系，则有

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{12}&=\sqrt{3}\dot{U}_1\angle 30^\circ\\ \dot{U}_{23}&=\sqrt{3}\dot{U}_2\angle 30^\circ\\ \dot{U}_{31}&=\sqrt{3}\dot{U}_3\angle 30^\circ\end{aligned}\right\}\tag{5-4}$$

例如在低压三相四线制中，三相交流电的线电压为$U_L=380V$，相电压$U_P=220V$(380V近似等于220V的$\sqrt{3}$倍)。

5.1.3 电源的三角形连接

电源的三角形连接：将三相绕组彼此首尾相接，形成一个闭合的三角形回路。每个连接端引出一条导线，共引出三条导线，如图5.5所示。但是此种接线方式不能引出中性点和中性线。

由图5.6可见，相电压与线电压之间大小相等，相位相同。则

$$\dot{U}_{12}+\dot{U}_{23}+\dot{U}_{31}=0\tag{5-5}$$

如图5.6所示，由于对称三相电源的电压相量和为零，当不接负载或当所接三相负载对称时，三角形接线的电源内部不会出现环流。

实际使用中，电源为三角形连接的使用较少。在汽车发电机中当需要大功率时，采用三角形连接。

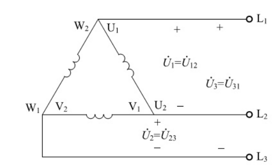


图 5.5　三相电源的三角形连接

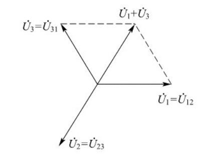


图 5.6　三相对称电源的三角形连接时电压相量图

5.2　三相负载

用电设备又称电力负载，简称负载。负载主要分成两类，一类是单相负载，单相负载按照一定的方式接在三相电源的一相或两相上，例如单相电动机、电冰箱、洗衣机、空调和照明灯具等。在工厂中，三相负载使用最普遍，例如三相感应电动机。

在供配电系统中，三相负载根据连接方式的不同可分为星形(Y)连接和三角形(△)连接。如无特殊说明，以下涉及的三相电源均为三相对称电源。

5.2.1　负载的星形连接

三相负载的星形连接如图 5.7 所示。三相负载的一端连接在一起与电源的中性线相接，另一端分别与电源的相线相接，将这种连接方式称为三相负载的星形连接，这种接线方式称为三相四线制接线。

若略去导线的阻抗，则负载的线电压与电源的线电压相等。同理，负载的相电压与电源的相电压相等，N 与 N' 等电位。

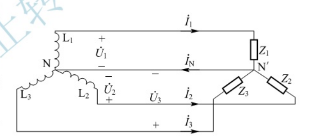


图 5.7　三相负载的星形接法

图 5.7 中 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 和 $\dot{I}_3$ 是分别流过三根相线的电流，称为线电流，其有效值用 I_L 表示。流过各相负载的电流称为相电流，其有效值用 I_P 表示，星形连接时负载的相电流等于线电流。流过中性线的电流 $\dot{I}_N$ 称为中性线电流。线电流的参考方向规定为从电源侧指向负载侧，中性线电流的参考方向规定为从负载的中性点指向电源的中性点。

1. 三相对称负载

当三相的负载阻抗 $Z_1=Z_2=Z_3=|Z|\angle\varphi$ 时，三相负载阻抗完全相等，这种负载称为三相对称负载。三相对称负载也可表示为 $|Z_1|=|Z_2|=|Z_3|=|Z|$ 及 $\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=\varphi$，即阻抗模相等及阻抗角相同。否则称为三相不对称负载。

以电源相电压 $\dot{U}_1$ 为参考相量，即 $\dot{U}_1=U\angle 0°$。设三相负载阻抗分别为



$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + jX_1 = |Z_1| \angle \varphi_1 \\ Z_2 &= R_2 + jX_2 = |Z_2| \angle \varphi_2 \\ Z_3 &= R_3 + jX_3 = |Z_3| \angle \varphi_3 \end{aligned}\right\} \qquad (5-6)$$

由图 5.7 可知，每相负载所承受的电压为对应电源的相电压(略去导线的阻抗)，并且相电流等于线电流。而每相负载的相电流可用下式求出。

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_1} = \frac{U\angle 0^\circ}{|Z_1|\angle \varphi_1} = I_1 \angle -\varphi_1 \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = \frac{U\angle 120^\circ}{|Z_2|\angle \varphi_2} = I_2 \angle -120^\circ - \varphi_2 \\ \dot{I}_3 &= \frac{\dot{U}_3}{Z_3} = \frac{U\angle 120^\circ}{|Z_3|\angle \varphi_3} \angle -120^\circ - \varphi_3 \end{aligned}\right\} \qquad (5-7)$$

根据 KCL 可求出中性线电流，即

$$\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 \qquad (5-8)$$

上式的中性线电流等于各相电流的相量和，三相负载对称时中性线电流$\dot{I}_N$为零。此时可省去中性线，应注意接地保护用的 PE 线不能省去。

由式 5-7 可知，当作星形连接的三相负载对称时，负载的三相电流大小相等，相位上互差 120°，即负载的三相电流对称，因此在计算时，只需对一相分析计算即可。

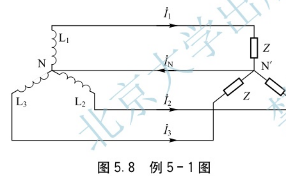


图 5.8　例 5-1 图

【例 5-1】 如图 5.8 所示。已知作星形连接的三相对称电路中，电源线电压为 380V，负载为三相对称负载，每相负载阻抗为 $Z=(6+j8)\Omega$。试求各相负载的相电压、相电流 $\dot{I}_I$、$\dot{I}_2$、$\dot{I}_3$、线电流及中性线电流$\dot{I}_N$。

【解】 根据已知条件可知，各相负载的线电压和相电压与电源的线电压和相电压对应相等，线电压为相电压的$\sqrt{3}$倍，即 $U_P = \frac{1}{\sqrt{3}} U_L = 220V$

令相电压$\dot{U}_1 = 220\angle 0^\circ$，则

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{6+j8} A = \frac{220\angle 0^\circ}{10\angle 53.1^\circ} A = 22\angle -53^\circ A$$

由三相负载对称，可得

$$\dot{I}_2 = 22-\angle 173^\circ A$$

$$\dot{I}_3 = 22\angle 67^\circ A$$

同理，由于三相对称，各相的线电流与相电流相等。

根据图中各电流的参考方向，经计算中性线电流为

$$\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$$

2. 三相不对称负载

相电压为 220V 的低压用户中，单相设备较多，低压线路中三相负载往往不对称。由于中性线的作用，三相负载电压仍然对称，负载可以照常工作，但是负载电流不再对称，中性线电流$\dot{I}_{\mathrm{N}}$不为零。因此不能省掉中性线。

下面简要分析不对称负载省去中性线时易造成的危险。图 5.9 所示为三相不对称负载去除中性线时的电路。

根据 KVL 和 KCL，列出方程式为

$$\begin{aligned}\dot{U}_1&=\dot{I}_1 Z_1+\dot{U}_{\mathrm{N'N}}\\ \dot{U}_2&=\dot{I}_2 Z_2+\dot{U}_{\mathrm{N'N}}\\ \dot{U}_3&=\dot{I}_3 Z_3+\dot{U}_{\mathrm{N'N}}\\ \dot{I}_1+\dot{I}_2+\dot{I}_3&=0\end{aligned} \tag{5-9}$$

整理得

$$\dot{U}_{\mathrm{N'N}}=\frac{\dfrac{\dot{U}_1}{Z_1}+\dfrac{\dot{U}_2}{Z_2}+\dfrac{\dot{U}_3}{Z_3}}{\dfrac{1}{Z_1}+\dfrac{1}{Z_2}+\dfrac{1}{Z_3}} \tag{5-10}$$

可见，当负载不对称时去除中性线，即使电源电压是对称的，但三相电流是不对称的，此时$\dot{U}_{\mathrm{N'N}}\neq 0$，负载的相电压也是不对称的。当三相负载严重不对称时，就会造成负载端有的电压过高、有的电压过低的情况。例如居民用电，通常为单相设备，若省去中性线，会造成负载上三相电压不对称，用电设备不能正常工作，极易造成家用电器烧毁的事故。

【例 5－2】 已知电源的线电压 $U_{\mathrm{L}}=380\mathrm{V}$，每相负载的阻抗模均为 10Ω，电路如图 5.10 所示，试求各相电流和中性线电流。

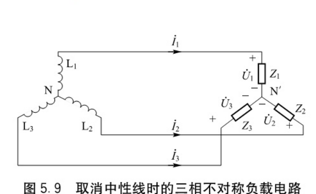


图 5.9 取消中性线时的三相不对称负载电路

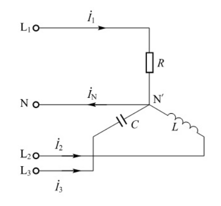


图 5.10 例 5－2 图

【解】 设以 L_1 相电源相电压为参考相量，则

$$\dot{U}_1=\frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ\mathrm{V}=220\angle 0^\circ\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_2=220\angle -120^\circ\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_3=220\angle 120^\circ\mathrm{V}$$

由于负载不对称，各相电流应分别进行计算。

L_1 相负载为电阻性负载，电流与电压同相位

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{Z_1}=\frac{220\angle 0^\circ}{10}\text{A}=22\angle 0^\circ\text{A}$$

L_2 相负载为电感性负载，电流滞后于电压 90°

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_2}{Z_2}=\frac{220\angle -120^\circ}{\text{j}X_L}=\frac{220\angle -120^\circ}{10\angle 90^\circ}\text{A}=22\angle 150^\circ\text{A}$$

L_3 相负载为电容性负载，电流超前于电压 90°

$$\dot{I}_3=\frac{\dot{U}_3}{Z_3}=\frac{220\angle 120^\circ}{-\text{j}X_C}=\frac{220\angle 120^\circ}{10\angle -90^\circ}\text{A}=22\angle -150^\circ\text{A}$$

中性线电流为

$$\dot{I}_N=\dot{I}_1+\dot{I}_2+\dot{I}_3=\{22+22(\cos 150^\circ+\text{j}\sin 150^\circ)+22[\cos(-150^\circ)+\text{j}\sin(-150^\circ)]\}\text{A}$$
$$=-16\text{A}$$

中性线电流为 16A，实际方向与图示方向相反。

实际应用中，中性线电流数值较小，所以中性线截面比相线截面略小(当变压器绕组一次侧作三角形连接、二次侧作星形连接(即 D，Y_{n11} 连接方式)时，一般低压三相四线制中的中性线截面与相线截面相同)。



● 三相电路中任一瞬间电压、电流规律符合基尔霍夫定律。若三相电路用相量计算，则基尔霍夫电压、电流定律也完全适用。

● 中性线的作用在于使不对称负载的相电压基本保持对称，还可以方便地连接单相设备。为此，供电规程中规定：在三相四线制供电系统中，中性线不得断开，不准在中性线安装开关或熔断器。

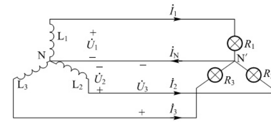


图 5.11 例 5-3 图

【例 5-3】 有一星形连接的三相电路，电源电压对称。电路如图 5.11 所示，设电源线电压$u_{12}=380\sqrt{2}\sin(\omega t+30^\circ)$V。负载为电灯组，若 $R_1=R_2=R_3=5\Omega$，求各线电流及中性线电流；若 $R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$，$R_3=20\Omega$，求各线电流及中性线电流。

【解】 因为负载对称，所以只需计算一相即可，此处取 L_1 相为参考量。

由于 $u_{12}=380\sqrt{2}\sin(\omega t+30^\circ)$V，故有 $U_1=\frac{U_{12}}{\sqrt{3}}=\frac{380}{\sqrt{3}}\text{V}=220\text{V}$($u_1$ 比 u_{12} 滞后 30°)，所以$\dot{U}_1=220\angle 0^\circ$V。

L_1 相线的线电流

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{R_1}=\frac{220\angle 0^\circ}{5}\text{A}=44\angle 0^\circ\text{A}$$



由三个线电流对称可得 L_2 相线的线电流和 L_3 相线的线电流分别为

$$\dot{I}_2 = 44\angle -120^\circ \text{A},\quad \dot{I}_3 = 44\angle 120^\circ \text{A}$$

根据图中各电流的参考方向，由 KCL 得中性线电流

$$\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$$

三相负载不对称($R_1=5\Omega$、$R_2=10\Omega$、$R_3=20\Omega$)，则各线电流分别为

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{5}\text{A} = 44\angle 0^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{R_2} = \frac{220\angle -120^\circ}{10}\text{A} = 22\angle -120^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_2}{R_3} = \frac{220\angle 120^\circ}{20}\text{A} = 11\angle 120^\circ \text{A}$$

中性线电流

$$\begin{aligned}\dot{I}_N &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = (44\angle 0^\circ + 22\angle -120^\circ + 11\angle 120^\circ)\text{A}\\ &= [44 + (-11 - j18.9) + (-5.5 + j9.45)]\ \text{A}\\ &= (27.5 - j9.45)\text{A} = 29.1\angle -19^\circ \text{A}\end{aligned}$$

【例 5-4】 在上例中，在 L_1 相发生短路和断线路两种情况下，分别讨论在中性线完好和中性线断开时电路的工作情况如何？

【解】 该题需分 4 种情况进行讨论。

(1) L_1 相短路。此时 L_1 相短路电流很大，将 L_1 相中的熔断器熔断，而由于中性线的存在，L_2 相和 L_3 相的相电压仍为 220V，故这两相的工作状态不受影响。

(2) L_1 相短路且中性线断开。如图 5.12 所示，此时各相负载电压为

$$\dot{U}_1' = 0,\quad U_1' = 0$$

$$\dot{U}_2' = \dot{U}_{21},\quad U_2' = 380\text{V}$$

$$\dot{U}_3' = \dot{U}_{31},\quad U_3' = 380\text{V}$$

在这种情况下，L_2 相和 L_3 相的电灯组上所加的电压都超过了电灯的额定电压(220V)，这是不允许的。

(3) L_1 相断线路。同(1)，L_2 相和 L_3 相不受影响。

(4) L_1 相断路且中性线断开。如图 5.13 所示，此时 L_2 相的电灯组和 L_3 相的电灯组串联，成为单相电路，且电路端电压为电源线电压 $U_{23}=380$V。

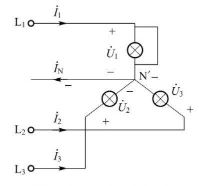


图 5.12 例 5-4(2)图

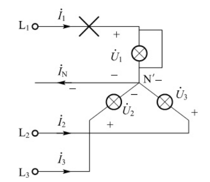


图 5.13 例 5-4(4)图

若三相负载对称时，各相负载电压为

$$U_2'=U_3'=\frac{380}{2}\text{V}=190\text{V}$$

当各相负载不对称时，各相负载相电压为

$$U_2'=\left(380\times\frac{10}{10+20}\right)\text{V}=127\text{V}$$

$$U_3'=\left(380\times\frac{20}{10+20}\right)\text{V}=253\text{V}$$

在这种情况下，L_2 相电灯组的电压低于电灯的额定电压，而 L_3 相的电压却高于电灯的额定电压，这是不允许的。

5.2.2 负载的三角形连接

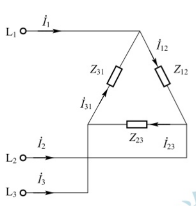


图 5.14 三相负载的三角形连接

将三相负载分别接在三相电源的两根相线之间，称为负载的三角形连接，如图 5.14 所示。负载的三角形连接，通常只应用于三相负载对称并且每相负载允许接线电压的场合。此时负载的相电压与电源的线电压相等。由于负载对称，各相电流相等且对称，线电流等于相电流的$\sqrt{3}$倍，并滞后于相电流 30°，线电流也三相对称。

分析如下：由图可知，各相负载都直接接在电源的相线上，所以负载的相电压等于对应的电源线电压，即

$$U_P=U_L \tag{5-11}$$

各相电流的有效值相量分别为

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{12}&=\frac{\dot{U}_{12}}{Z_{12}}=\frac{\dot{U}_{12}}{|Z_{12}|\angle\varphi_{12}}\\ \dot{I}_{23}&=\frac{\dot{U}_{23}}{Z_{23}}=\frac{\dot{U}_{23}}{|Z_{23}|\angle\varphi_{23}}\\ \dot{I}_{31}&=\frac{\dot{U}_{31}}{Z_{31}}=\frac{U_{31}}{|Z_{31}|\angle\varphi_{31}}\end{aligned}\right\} \tag{5-12}$$

线电流可根据 KCL 进行计算

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_1&=\dot{I}_{12}-\dot{I}_{31}\\ \dot{I}_2&=\dot{I}_{23}-\dot{I}_{12}\\ \dot{I}_3&=\dot{I}_{31}-\dot{I}_{23}\end{aligned}\right\} \tag{5-13}$$

对于三相对称负载，由上式可作相量图，如图 5.15 所示(以三相对称感性负载为例)。从图中可知，线电流等于相电流的$\sqrt{3}$倍。在相位上，线电流滞后于对应负载的相电流 30°，即

$$I_L=\sqrt{3}\,I_P \tag{5-14}$$

若用相量形式表示线电流与相电流的关系，

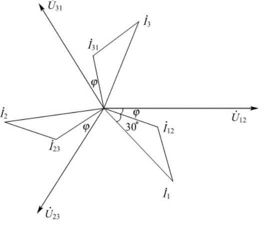


图 5.15 对称负载三角形连接时电压与电流的相量图

则有

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \sqrt{3}\dot{I}_{12}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_2 &= \sqrt{3}\dot{I}_{23}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_3 &= \sqrt{3}\dot{I}_{31}\angle -30^\circ\end{aligned}\right\} \tag{5-15}$$

在负载对称的情况下，电路的三相电流(包括相电流和线电流)和电压(包括相电压和线电压)都是对称的，只需计算出一相电量，其余两相可由对称性求出。

【例5-5】 例5-1中负载改为三角形接法，每相的阻抗为 $Z=(6+j8)\Omega$，电源线电压为380V，试求负载的相电流 $\dot{I}_{12}$、$\dot{I}_{23}$、$\dot{I}_{31}$ 和线电流 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$、$\dot{I}_3$。

【解】 设 $\dot{U}_{12}=380\angle 0^\circ$V，则

$$\dot{I}_{12}=\frac{\dot{U}_{12}}{Z}=\frac{380\angle 0^\circ}{6+j8}=\frac{380\angle 0^\circ}{10\angle 53^\circ}\text{A}=38\angle -53^\circ\text{A}$$

根据对称性可得另外两相电流分别为

$$\dot{I}_{23}=38\angle -173^\circ\text{A}，\dot{I}_{31}=38\angle 67^\circ\text{A}$$

由于线电流 $I_L=\sqrt{3}I_P$，且线电流滞后于对应负载的相电流30°，故得各线电流分别为

$$\dot{I}_1=\sqrt{3}\times 38\angle -53^\circ-30^\circ\text{A}=66\angle -83^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_2=\sqrt{3}\times 38\angle -173^\circ-30^\circ\text{A}=66\angle 157^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_3=\sqrt{3}\times 38\angle 67^\circ-30^\circ\text{A}=66\angle 37^\circ\text{A}$$

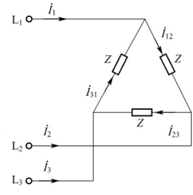


图5.16 例5-5图

三相负载如何连接，应根据负载的额定相电压和电源的电压而定，应满足负载额定电压的要求，否则，若电源电压高于或低于负载额定电压较多，负载设备极易损坏。

5.3 三相电路的功率

三相电路的总有功功率(或无功功率)等于各相有功功率(或无功功率)之和，这是计算三相电路功率的基本原则。在三相电路中，无论负载采用星形还是三角形连接，无论负载是否对称，计算总的有功功率或计算总的无功功率，都应符合这个原则。

5.3.1 三相有功功率

各相负载有功功率分别为

$$\left.\begin{aligned}P_1 &= U_1 I_1\cos\varphi_1 \\ P_2 &= U_2 I_2\cos\varphi_2 \\ P_3 &= U_3 I_3\cos\varphi_3\end{aligned}\right\} \tag{5-16}$$

$$\begin{aligned}P &= P_1+P_2+P_3 \\ &= U_1 I_1\cos\varphi_1+U_2 I_2\cos\varphi_2+U_3 I_3\cos\varphi_3\end{aligned} \tag{5-17}$$

式中，P_1、P_2 和 P_3 为三相电路中各相负载的有功功率，有功功率的单位为W或kW；



U_1、U_2 和 U_3 为各相负载的电压；I_1、I_2 和 I_3 为各相负载的电流；$\cos\varphi_1$、$\cos\varphi_2$ 和 $\cos\varphi_3$ 为各相负载的功率因数。

三相负载对称时，三相有功功率等于一相有功功率的三倍，即

$$P=3U_P I_P \cos\varphi_P \tag{5-18}$$

当对称负载作星形连接时，$U_L=\sqrt{3}U_P$，即 $U_P=\frac{U_L}{\sqrt{3}}$，$I_L=I_P$。可得

$$\begin{aligned}P&=3U_P I_P\cos\varphi_P=3\frac{U_L}{\sqrt{3}}I_P\cos\varphi_P\\&=\sqrt{3}U_L I_L\cos\varphi_P\end{aligned} \tag{5-19}$$

当对称负载作三角形联结时，$I_L=\sqrt{3}I_P$，即 $I_P=I_L/\sqrt{3}$，$U_L=U_P$。同样可以得到

$$P=\sqrt{3}U_L I_L\cos\varphi_P \tag{5-20}$$

式中，φ_P 角是负载相电压 U_P 与相电流 I_P 之间的相位差，即各相负载的阻抗角。

由上分析可知，不论负载是作星形连接还是作三角形联结，三相对称负载所取用的总有功功率均为

$$P=\sqrt{3}U_L I_L\cos\varphi_P \tag{5-21}$$

5.3.2 三相无功功率和视在功率

在三相对称电路中，三相的无功功率为

$$Q=\sqrt{3}U_L I_L\sin\varphi_P \tag{5-22}$$

无功功率的单位是 var 或 kvar。

三相视在功率为

$$S=\sqrt{3}U_L I_L=3U_P I_P \tag{5-23}$$

视在功率的单位是 V·A 或 kV·A。

有功功率、无功功率和视在功率的关系是

$$S=\sqrt{P^2+Q^2} \tag{5-24}$$


特别提示

- 式(5-18)～式(5-22)中 φ_P 角是负载相电压与相电流之间的相位差，即阻抗角，或称功率因数角，而不是线电压和线电流之间的相位差。
- 在三相电路中，计算三相总的有功功率或计算总的无功功率时，各相的有功功率或无功功率都可以直接代数相加。
- 通常视在功率不能代数相加，只有当三相负载对称或各相负载的功率因数相同时，视在功率才可以代数相加。

【例 5-6】 在例 5-5 中，求：(1)电路的总有功功率 P；(2)负载为星形连接时相电流、线电流和总有功功率 P。

【解】 负载作三角形连接时，由例 5-5 的结果可得

相电流

$$I_P = 38\text{A}$$

线电流

$$I_L = \sqrt{3} I_P = 66\text{A}$$

总有功功率

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi_P = \sqrt{3} \times 380 \times 66 \times \frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}} \text{W} = 26\ 064\text{W} = 26.1\text{kW}$$

负载作星形连接时，相电压

$$U_P = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = 220\text{V}$$

相电流

$$I_P = \frac{U_P}{|Z|} = \frac{220}{\sqrt{6^2+8^2}} \text{A} = 22\text{A}$$

线电流

$$I_L = I_P = 22\text{A}$$

总有功功率

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi_P = \sqrt{3} \times 380 \times 22 \times \frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}} \text{W} = 8\ 688\text{W} = 8.7\text{kW}$$

比较上例中的计算结果，可知，在同一电源电压下，同一三相负载作三角形连接时的总有功功率和线电流是作星形连接时的 3 倍。

由此可见，在同电源电压下，负载消耗的总功率与连接方式有关。因此，在给定电源电压下，要使负载能正常工作，必须采用正确的接法。

若正常接法是星形连接，而错接成三角形，则三相负载会由于电流和功率过大而被烧毁。若正常接法是三角形连接，而错接成星形，则由于电流和功率过低，使三相负载工作不正常。


特别提示

● 负载如何连接，应视负载的额定电压而定。通常在三相四线制电路中，若负载的额定电压等于电源的线电压，应作三角形连接；若负载的额定电压等于电源的相电压，应作星形连接。

● 三相异步电动机绕组可以连接成星形，也可以连接成三角形，依电源线电压的大小而定；而照明负载一般都连接成星形。照明负载应比较均匀的分配在各相中，以使三相负载尽量平衡。

【例 5-7】 某大楼照明系统发生故障，第 2 层楼和第 3 层楼所有电灯都突然暗下来但未熄灭，而第 1 层楼电灯亮度不变，这栋楼的电灯是如何连接的？试问这是什么原因？同时发现，第 3 层楼的电灯比第 2 层楼的电灯还暗些，这又是什么原因？

【解】 (1)在照明系统中，一般来说负载是不对称的，所以设备应采用星形联结，且有中线。由于出现故障后，3 层楼的电灯情况都不同，可知每一层楼的灯接于不同的相线

上，本系统的供电线路如图 5.17 所示。

(2) 由于 3 层楼的灯都没有断电，所以故障不在相线上，且仅第 1 层楼不受影响，可知故障点应在图中的 P 处。

当 P 处断开时，第 2、3 层楼的灯串连接 380V 电压，所以亮度变暗，但一层楼的灯仍承受 220V 电压亮度不变。

(3) 因为第 3 层楼的灯多于 2 楼灯即 $R_3 < R_2$，所以第三层楼的电灯比第 2 层楼的电灯还暗些。

【例 5－8】 在如图 5.18 所示的三相对称电路中，电源线电压 $U_L = 380\text{V}$，Y连接负载，$Z_Y = 30\angle 30^\circ\ \Omega$，△连接负载，$Z_\triangle = 60\angle 60^\circ\ \Omega$。求：(1)各组负载的相电流；(2)电路的线电流；(3)三相总有功功率和总无功功率。

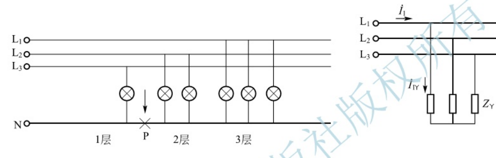


图 5.17 例 5－7 供电系统示意图

图 5.18 例 5－8 图

【解】 设电源线电压 $\dot{U}_{12} = 380\angle 0^\circ\ \text{V}$，则相电压 $\dot{U}_1 = 220\angle -30^\circ\ \text{V}$。

(1) 由于三相负载对称，所以计算一相即可，其他两相可以根据对称性求得。

对于作星形连接的负载，其相电流即为线电流

$$\dot{I}_{1Y} = \frac{\dot{U}_1}{Z_Y} = \frac{220\angle -30^\circ}{30\angle 30^\circ}\text{A} = 7.33\angle -60^\circ\ \text{A}$$

对于作三角形连接的负载，其相电流为

$$\dot{I}_{12\triangle} = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_\triangle} = \frac{380\angle 0^\circ}{60\angle 60^\circ}\text{A} = 6.33\angle -60^\circ\ \text{A}$$

(2) 先求作三角形连接负载的线电流 $\dot{I}_{1\triangle}$。

$$\dot{I}_{1\triangle} = \sqrt{3}\,\dot{I}_{12\triangle}\angle -30^\circ = (\sqrt{3}\times 6.33\angle -90^\circ)\text{A} = 10.96\angle -90^\circ\ \text{A}$$

电路线电流为

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1Y} + \dot{I}_{1\triangle} = (7.33\angle -60^\circ + 10.99\angle -90^\circ)\text{A} = 17.69\angle -78^\circ\ \text{A}$$

(3) 三相电路总有功功率为

$$\begin{aligned} P = P_Y + P_\triangle &= \sqrt{3}U_L I_{1Y}\cos\varphi_Y + \sqrt{3}U_L I_{1\triangle}\cos\varphi_\triangle \\ &= (\sqrt{3}\times 380\times 7.33\times 0.866 + \sqrt{3}\times 380\times 10.96\times 0.5)\ \text{W} \\ &= (4\,178 + 3\,607)\text{W} = 7\,785\text{W} \end{aligned}$$

三相电路总无功功率为

$$Q = Q_Y + Q_\triangle = \sqrt{3}U_L I_{1Y}\sin\varphi_Y + \sqrt{3}U_L I_{1\triangle}\sin\varphi_\triangle$$
$$= (\sqrt{3}\times380\times7.33\times0.5+\sqrt{3}\times380\times10.96\times0.866)\ \text{var}$$
$$= (2\,412+6\,247)\text{var} = 8\,659\text{var}$$

【例 5-9】 在例 5-8 的电路中，若Y连接负载为照明负载，共接有 30 只荧光灯，分三相均匀地接入三相电源，已知每只荧光灯的额定电压为 220V，额定功率为 40W，功率因数为 0.5。△连接负载为电动机负载，其额定电压为 380V，输入功率为 3kW，功率因数为 0.8，求电源供给的线电流。

【解】 两组负载的有功功率分别为

$$P_1 = 40\times30\text{W} = 1.2\text{kW},\quad P_2 = 3\text{kW}$$

两组负载的阻抗角分别为

$$\varphi_1 = \arccos0.5 = 60^\circ$$
$$\varphi_2 = \arccos0.8 = 36.9^\circ$$

故无功功率分别为

$$Q_1 = P_1\tan\varphi_1 = (1\,200\times\tan60^\circ)\text{var} = 2\,078\text{var}$$
$$Q_2 = P_2\tan\varphi_2 = (3\,000\times\tan36.9^\circ)\text{var} = 2\,252\text{var}$$

可得电源输出的总有功功率、无功功率和视在功率分别为

$$P = P_1 + P_2 = (1.2+3)\text{kW} = 4\,200\text{W}$$
$$Q = Q_1 + Q_2 = (2\,078+2\,252)\text{var} = 4\,330\text{var}$$
$$S = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{4\,200^2+4\,330^2}\ \text{V}\cdot\text{A} = 6\,032\text{V}\cdot\text{A}$$

由此求得电源的线电流为

$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3}U_L} = \frac{6\,032}{\sqrt{3}\times380}\text{A} = 9.2\text{A}$$

5.4 电力系统

在现代社会中，电能是工业、农业、交通和国防等各行各业不可缺少的动力，也是人们日常生活主要依赖的能源，它已成为支撑现代社会文明的物质基础之一。

5.4.1 电力系统的组成

目前，分散于各地区的发电厂通过电力网与分散的各个电力用户连接起来的整体，称为电力系统。因此，电力系统由发电厂、电力网和电力用户三部分组成，其中电力系统中各级电压的输配电线路和变电所组成的部分称为电力网。图 5.19 为电力系统示意图。

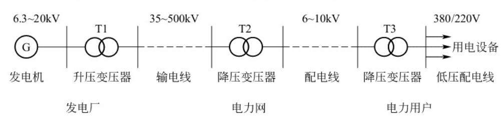


图 5.19 电力系统示意图

下面简要介绍电力系统的3个组成部分。

1. 发电厂

电能是由发电厂生产出来的，它由其他能源转换而来，所以称为二次能源。根据被转换的一次能源的不同，发电厂可分为：火力发电厂、水力发电厂、核电厂、太阳能发电厂、风力发电厂、地热发电厂和潮汐发电厂等。

1）火力发电厂

主要利用煤炭、石油和天然气来发电，把热能转换成电能，简称火电厂。迄今为止，火电厂仍是世界上电能生产的主要方式。火电厂在发电过程中存在污染环境、发电效率低的问题，它的发电效率一般只有30%～40%。

2）水力发电厂

水力发电厂将河水从上游(高水位)到下游(低水位)的位能转换为电能。水力发电过程相对简单、无环境污染、生产效率高、成本低。但也存在着建设工期长，建设过程中淹没农田、移民、破坏自然和人文景观以及生态平衡等一系列问题。

3）核电厂

核电厂(又称核电站)是利用核能发电的工厂。核能又称原子能，因此，核电厂又称原子能发电厂。目前，用于发电的核能主要是核裂变能。

核电厂的主要优点是节约石油和煤等能源，能量大，运输量小，经济效益高。

虽然核电厂的初投资很大，但其长期的燃料费、维护费比火电厂低，核电成本比煤电低15%～80%，且煤电需要煤矿、运输能力的综合配套，而水电在枯水期无法运行。因此，从综合效益来讲，核电的效益是最好的。

4）其他能源的发电厂

除了上述的发电厂外，利用太阳能、风能、地热能、潮汐能等可再生能源生产电能的开发研究，在世界各国也引起了广泛重视。特别是太阳能和风能，成本低，无污染，是清洁和可再生能源，在未来能源短缺的社会中，必将得到更大的发展。

2. 电力网

电力系统中各级电压的电力线路及与之相连的各种类型的变电所，称为电力网，简称电网。

根据电压的高低和供电范围的大小，电力网可分为地方电力网，区域电力网和超高压电力网等3种基本类型。

地方电力网是指电压等级为35～110kV，输电距离在50km以内的电力网，由于它直接将电能送到了用户，故又称配电网。

区域电力网是指电压等级在110～220kV，输电距离在50～300km的电力网。它可以将较大范围内的发电厂联系起来，通过长距离高压输电线路向较大范围的各种类型的用户输送电能。

超高压电力网是指电压等级在330～750kV，输电距离在300～1 000km，主要将地处远方的大型发电厂生产的电能送往电力负荷中心，同时可以将几个区域电力网联结成跨省(区)的大电力系统。

3. 电力用户

电力系统中的电力用户是指工业、农业、企事业单位中的变、配电所。这些变、配电所通过低压配电线直接向用电设备供电。通常把通过线路中输送到用户的功率或电流称为电力负荷。

电力负荷按其对供电可靠性要求的不同，通常分为三级。

1）一级负荷

突然停止供电时，将造成人身伤亡、重大设备损坏，重要产品出现大量废品，引起生活混乱，重要交通枢纽干线受阻，重要城市供水、通信、广播中断等，因此而造成重大经济损失和重大政治影响者。

2）二级负荷

突然停止供电时，会引起严重减产、停工，生产设备局部破坏，局部地区交通阻塞，大部分城市居民的正常生活被打乱。

3）三级负荷

所有不属于前两级负荷的都属于三级负荷，三级负荷短时停电造成的损失较小。

一级负荷是最重要的电力用户，应有两个独立电源供电。两个独立电源指两个发电厂或一个发电厂和一个地区电网或两个地区变电所等。二级负荷应尽量采用两回路供电，两回路应引自不同的变压器或母线段，确有困难时，允许由一回 6kV 及以上的专用高压线路供电。三级负荷对供电无特殊要求，一般单回线路供电。

5.4.2 高压配电系统

在电力系统中，习惯上我们把 1 000V 以上的电压等级统称为高压，1 000V 以下的电压等级统称为低压。高压配电系统是指电压等级在 1 000V 以上的配电系统。本节主要介绍工业、企业变、配电所的高压配电系统。

工业、企业的高压配电系统主要包括工厂高压配电所和高压配电设备。

1. 变、配电所的任务

变电所担负着从电力系统受电，经过变压、然后配电的任务。配电所担负着从电力系统受电，然后直接配电的任务。显然，工厂的变、配电所是工厂的“心脏”，起着至关重要的作用。

2. 工厂供电系统及其组成

工厂变、配电所一般分为总降压变电所，总配电所和车间变电所。图 5.20 为工厂供配电系统示意图。

1）总降压变电所

一般大、中型工厂均设有总降压变电所，进线电压为 35～110kV，经变压器降为 6～10kV，向车间变电所的高压电动机或其他高压用电设备供电，总降压变电所内通常设有 1～2 台总降压变压器。

2）工厂总配电所

中小型工厂通常仅设总配电所或车间变电所，进线电压为 6～10kV，可一回或两回

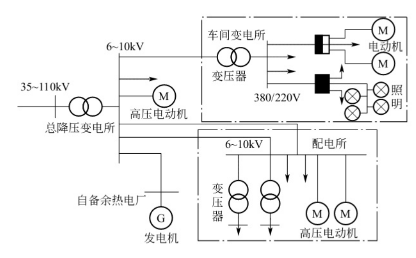


图 5.20　工厂供配电系统示意图

电源进线，经 6～10kV 高压配电母线，将电能重新分配，然后经电力线路送至各个车间变电所，或直接向高压用电设备供电。

3）车间变电所

对于负荷不大的中小型工厂、可仅设车间变电所，进线电压为 6～10kV，根据生产规模，用电设备的布局和用电量的大小等情况，可设立一个或几个车间变电所(包括配电所)，也可以几个相邻且用电量不大的车间共用一个车间变电所。车间变电所内一般设置 1～2 台变压器(最多不超过 3 台)，其单台容量一般为 1 000kV・A 及以下(最大不超过 1 800kV・A)，将 6～10kV 电压降为 380/220V，为低压用电设备供电。

4）高、低压配电线路

工厂中高压配电线路主要为厂区输送，起分配电能之用。按结构来分，有架空线路和电缆线路。高压配电线路尽可能采用架空线路，因为架空线路建设投资少且便于检修维护。若工厂厂区内，由于对建筑物距离的要求、整体布局及美观的要求、管线交叉、腐蚀性气体或严重污染、安全等因素的限制，可考虑敷设地下电缆线路。

工厂中低压配电线路主要用于向低压用电设备输送电能。户外的低压线路也尽量采用架空线路，但是，现代的工业、企业和事业单位由于整体布局、安全、美观和其他方面的要求，大多采用电缆线路。户内线路根据设备的要求和实际情况，采用明敷或暗敷配电线路。照明线路一般与动力线路分别敷设，通常采用 380/220V 三相四线制，由一台变压器供电。对事故照明，必须有可靠的独立电源供电或有应急照明设备。

3. 高压配电设备

在工业企业配电系统中，高压配电设备一般指高压配电所中，6～10kV 配电母线及所连接的所有高压设备，主要包括：电力变压器、高压熔断器、高压隔离开关、高压负荷开关、高压断路器、高压开关柜、电流互感器、电压互感器、电容器、母线等。下面对这些设备予以简要介绍。

1）电力变压器(T)

电力变压器在工业、企业变、配电所中起降压的作用。通常将 6～10kV 电压降至 380/220V，供用电设备使用。在工业、企业中常见的变压器大都是三相双绕组的电力变压器。按变压器绕组材料分，有铜绕组和铝绕组变压器两大类；按绝缘材料的不同，又

可分为油浸式和干式变压器两种类型。

2）高压熔断器（FU）

熔断器的作用是用于保护电气设备和线路，防止过载电流或短路电流造成的损害。在高压系统中可用来保护电压互感器、电力线路或小容量的变压器等。熔断器是一种最简单的保护电器，它串接在电路中，常与负荷开关配合使用，在短路容量较小的网络中可以代替价格昂贵的高压断路器。在正常时由负荷开关接通、断开负荷电流，在短路时，由熔断器切断短路电流。

3）高压隔离开关（QS）

高压隔离开关的主要作用是隔离电源。当设备需停电检修时，用它隔离电源电压，并造成一个明显的断开点，以保证检修人员工作的安全。

隔离开关没有灭弧装置，不能用来接通或断开较大的负荷电流，通常只能在相应的断路器断开以后才能进行拉合闸操作，否则容易造成事故。

4）高压负荷开关（QL）

高压负荷开关的作用是在电路正常工作时，用来接通或切断负荷电流，但在电路短路时，不能用来切断巨大的短路电流。

高压负荷开关的特点是只具有简单的灭弧装置，其灭弧能力有限，仅能熄灭正常负荷电流及一定的过负荷电流所产生的电弧，而不能熄灭短路时产生的电弧。在断开后，有可见的断开点。

5）高压断路器（QF）

高压断路器是高压配电装置中最重要的控制和保护电器。在电网中它起两方面的作用，一是控制作用，正常时用以接通和切断负荷电流；二是保护作用，发生短路故障时，借助继电保护装置的作用，可自动迅速的切断故障电流。高压断路器具有较强的灭弧能力。

6）高压开关柜

高压开关柜属于成套配电装置，它是由制造厂按一定的接线方式将同一回路的开关电器、母线、测量仪表、保护电器和辅助设备等都装配在封闭的或不封闭的金属柜中，成套供应用户。

这种成套配电装置可靠性高，运行稳定，可维护性好，而且采用高压开关可以缩短工期、减少设备占用体积，便于扩建和搬运，因此在工业及企业的变、配电所中得到了广泛使用。

目前，我国高压开关生产厂家按照IEC（国际电工技术委员会）的标准，设计生产的高压开关柜，型号主要有固定式（KGN）和手车式（KYN、JYN）两大类。开关柜的母线室采用了全封闭或半封闭结构，这样可以防止上面落下金属丝或由小动物造成的短路故障，从而提高了供电的可靠性。

7）电流互感器（TA）和电压互感器（TV）

仪用互感器是电力系统中供测量和保护用的重要设备。电流互感器将大电流变成5A以下的小电流，电压互感器将高电压变成100V的低电压。从结构原理上看，互感器与变压器相似，是一种特殊的变压器。电流互感器一次侧与高压线路串联，电压互感器一次侧与高压线路并联，电压互感器和电流互感器的二次侧接入仪表、继电器等仪器设备。

互感器的主要作用如下。



① 隔离高压电路，使测量仪表和继电器等与高压系统隔离，以保证工作人员的安全。

② 使测量仪表和继电器小型化、标准化，可简化结构，降低成本，有利于大规模生产。

③ 可以避免短路电流直接流过测量仪表及继电器线圈。

在使用中应特别注意的是：电流互感器二次侧严禁开路；电压互感器二次侧严禁短路。

8）母线(WB)

母线的作用是汇集并重新分配电能。

工业、企业供配电系统的高压母线，通常是指电压为6～10kV的配电母线；母线的材料选用铝或铜。母线的截面和形状通常为矩形，中小型工厂大多采用单根矩形母线，根据计算电流的大小选择合适的母线截面，并要进行相应项目的校验(动、热稳定性校验)，才能确定母线的截面。在工业企业配电所中，母线常用的型号有：TMY和LMY两种，TMY为硬铜母线，LMY为硬铝母线。

5.4.3 低压配电系统

低压配电系统是指车间变电所的低压(380/220V)配电母线、低压配电设备、低压配电线路以及低压用电设备的配电系统。

1. 低压配电母线

低压配电母线的作用是接受电能并重新分配，减少进线回路数。母线材料的选择、截面的选择方法和原则与高压配电母线相同，只是低压电流较大，母线截面相应的也大，在进行相应项目(动稳定性和热稳定性)校验时，往往需选择铜母线才能满足要求。

2. 低压配电设备

低压配电设备主要是指车间变电所低压侧常用的低压熔断器、低压刀开关、刀熔开关、负荷开关、低压断路器、热敏元件、接触器和低压开关柜等。其作用原理及结构详见第8章，此处不再赘述。下面主要介绍低压断路器和低压开关柜。

1）低压断路器(QF)

低压断路器又称自动空气开关，结构和工作原理参见第8章。低压断路器主要有如下两项技术性能。

(1) 开断能力。指开关在指定的工作条件下，在规定的电压下通断的最大电流。

(2) 保护特性。分为过电流保护、过载保护和欠电压保护3种。关于3种保护具体如下。

① 过电流保护：当被保护的低压电网发生短路时，自动空气开关能够自动跳闸，断开回路。

② 过载保护：当负荷电流超过断路器额定电流1.1～1.45倍时可调整自动空气开关于10s～120min内自动跳闸。

③ 欠电压保护：当电网电压小于40%额定电压时，失电压保护立即跳闸，一般当电压大于75%额定值时保证不动作，可根据具体情况选择和调节。

2）低压开关柜

低压成套配电设备主要指各种在发电厂、变电站和厂矿企业的低压配电系统中作动

力、配电和照明用的成套设备，如低压开关柜，开关板、照明配电箱、动力箱和电动机控制中心等。

我国低压配电设备产品主要分成 3 大类：低压开关柜(或配电屏)动力配电箱和照明配电箱。下面简要介绍低压开关柜。

低压开关柜主要分固定式和抽屉式。固定式中的所有电器元件是固定安装的。由于固定式比较简单经济，所以在中小型工业、企业中应用相当广泛，固定式一般都是离墙安装、双面维护。抽屉式开关柜中的主要设备均装在抽屉或手车上，其特点是密封性好，可靠性高。回路故障时，可立即换上备用抽屉或手车，迅速恢复供电，提高了供电可靠性，同时又便于对故障设备检修，但价格较高。

目前低压开关柜型号很多，下面以 GCL 为例进行简要介绍。

GCL 低压抽出式开关柜适用于发电厂、变电站、冶金、轧钢、石油化工、轻纺、港口、高层楼宇等场所，在三相交流 50Hz、额定电压最高至 660V、最大工作电流至 4 000A 的配电系统中使用，作为动力配电、电动机集中控制及照明等配电设备的电能转换与分配控制之用。

GCL 产品型号意义：G 表示金属封闭型低压开关柜；C 表示抽出式；L 表示动力中心用。详细情况请查阅有关产品样本。

3. 低压配电线路

低压配电线路是由低压开关柜引出，并连接到各台用电设备的动力线路。与高压配电线路近似，也有 3 种基本的接线方式：放射式、树干式和环状系统。

1）放射式接线

低压放射式接线如图 5.21 所示。一条线路只能接一个负荷，沿线不能接其他负荷。

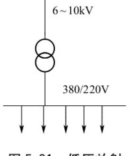
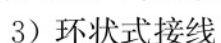


图 5.21 低压放射式接线

2）树干式接线

低压树干式接线如图 5.22 所示。一条主干线可以引出多条分支线，接多个负荷。



3）环状式接线

一台变压器的低压环状式接线如图 5.23 所示。

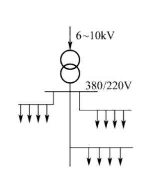


图 5.22 低压树干式接线

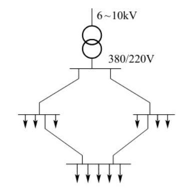


图 5.23 低压环状式接线

4. 低压配电线的选择

低压配电线分为室内配电线路和室外配电线路，室内的通常采用绝缘导线，少数情况采用电缆。室外配电线路通常采用电缆或绝缘导线。

1）导线、电缆型号的选择

常用的电缆和绝缘导线的型号及用途见表 5-1 和表 5-2。

表 5-1　聚氯乙烯绝缘聚氯乙烯护套电力电缆的主要用途

型　号	名　称	主要用途
VLV(VV)	聚氯乙烯绝缘、聚氯乙烯护套电力电缆	敷设在室内，沟管内，不能承受机械外力作用
VLV29(VV29)	聚氯乙烯绝缘、聚氯乙烯护套内钢带铠装电力电缆	敷设在地下，能承受机械外力作用，但不能承受大的拉力
VLV30(VV30)	聚氯乙烯绝缘、聚氯乙烯护套裸细钢丝铠装电力电缆	敷设在室内、隧道及矿井中能承受相当的拉力
VLV39(VV39)	聚氯乙烯绝缘、聚氯乙烯护套内细钢丝铠装电力电缆	敷设在水中或具有落差较大的土壤中，能承受相当的拉力
VLV50(VV50)	聚氯乙烯绝缘、聚氯乙烯护套裸粗钢丝铠装电力电缆	敷设在室内、隧道及矿井中。能承受机械外力作用并能承受较大拉力

表 5-2　常用电线的型号、名称及主要用途

型　号		名　称	主要用途
铜芯	铝芯		
BX	BLX	棉纱编织橡皮绝缘电线	用于不需要特别柔软电线的干燥或潮湿场所，作固定敷设之用，宜于室内架空或穿管敷设
BBX	BBLX	玻璃丝编织橡皮绝缘电线	同上，但不宜穿管敷设
BXR	—	棉纱编织橡皮绝缘软线	敷设于干燥或潮湿厂房中，作电器设备（如仪表、开关等）活动部件的连接线之用，以及需要特软电线之处
BXG	BLXG	棉纱编织、浸渍、橡皮绝缘电线（单芯或多芯）	穿入金属管中敷设于潮湿房间，或有导体灰尘，腐蚀性瓦斯蒸气，易爆炸的房间；有坚固保护层以避免穿过地板、天棚、基础时受机械损伤之处
BV	BLV	塑料绝缘电线	用于耐油、耐燃、潮湿的房间内，作固定敷设之用
BVV	BLVV	塑料绝缘塑料护套（单芯及多芯）	用于耐油、耐燃、潮湿的房间内，作固定敷设之用
—	BLXF	氯丁橡皮绝缘电线	具有抗油性，不易霉、不延燃，制造工艺简单，具有耐日光，耐老化等优点，适宜于穿管及户外敷设
BVR	—	塑料绝缘软线	适用于室内及要求柔软电线之处，作仪表、开关连接之用

2）导线、电缆截面的选择条件

(1) 满足允许正常发热条件。在通过最大负荷电流(即计算负荷)时，导线发热不超过线芯的最高允许温度。不会因过热而引起导线绝缘损坏或加速老化。

(2) 满足允许电压损失。导线和电缆在通过正常最大负荷电流时产生的电压损失应低于最大允许值，以保证供电质量。

(3) 满足经济电流密度。选择导线和电缆截面时，既要降低线路的电能损耗和年运行费用。又要不过分增加线路投资和有色金属消耗量，高压线路及特大电流的低压线路，通常按此条件选择。

(4) 满足机械强度条件。架空线路要经受风、雪、覆冰和气温等多种因素的影响，因此必须有足够的机械强度以保证不断线并安全运行。电缆不必校验机械强度。导线按机械强度要求的最小允许截面见表 5－3 和表 5－4。

表 5－3　架空线路按机械强度要求的最小允许导线截面(mm^2)

导线种类	6～10kV 线路		1kV 以下低压线路	
	居民区	非居民区		
铝及铝合金线	35	25	16	与铁路交叉跨越时为 35

表 5－4　绝缘导线按机械强度要求的最小允许截面(芯线)(mm^2)

导线用途		导线最小截面	
		铜	铝线(铝绞线)
室内照明用导线		0.5	2.5
室外照明用导线		1.0	2.5
吊灯用照明导线		0.5	—
移动式家用电器用的双芯软电缆		0.75	—
移动式工业用电设备用的多芯软电缆		1.0	
固定敷设在室内绝缘支持物上的绝缘导线的间距	2m 及以下	1.0	2.5
	6m 及以下	2.5	4.0
	25m 及以下	4	10.0
室内(厂房内)1kV 以下裸导线		2.5	4
穿管或木槽板配线的绝缘导线		1.0	2.5
PE 线或 PEN 线	有机械保护时	1.5	2.5
	无机械保护时	2.5	4

(5) 满足热稳定最小允许截面条件。在短路情况下，导线必须保证在一定时间内，安全承受短路电流通过导线时所产生的热效应。校验公式为

$$A_{min}=\frac{I_{\infty}^{(3)}}{C}\sqrt{t_{ima}}\,(mm^2) \qquad (5-25)$$

式中，A_{min} 为热稳定条件下的最小允许截面，单位 mm^2；C 为热稳定系数，单位 $A\sqrt{S}/mm^2$，可查有关手册；t_{ima} 为假想时间，通常取短路的实际时间，单位 s。

架空线及低压线路不必校验此项，但对于母线和电缆需校验短路热稳定性能。

对于绝缘导线还应满足工作电压的要求。

上面的选择条件对高、低压线路都适用。在选择导线电缆的截面时，为了节省设计时间减少返工，提高效率，根据设计经验，通常用下面的方法。

(1) 低压动力绝缘线：按允许正常发热选择，按允许电压损失和机械强度校验(因负荷电流较大)。

(2) 照明线：按允许电压损失选择，按允许发热和机械强度校验(因其对电压水平的要求较高)。

对于工厂的电力线路，校验机械强度时，只需按最小允许截面(见表 5-3 和表 5-4)校验即可，不需详细计算。选择母线和电缆时需进行热稳定性的校验，此部分内容可查阅有关设计手册，此处略。下面分别介绍按允许发热条件选择和按允许电压损失校验截面的具体方法。

3) 按允许发热条件选择导线、电缆的截面

按允许发热(即允许载流量)选择导线、电缆时，应满足下式

$$I_{al} \cdot K_t \geqslant I_L \tag{5-26}$$

式中，I_{al}为导线和电缆的允许载流量 (A)；I_L为线路的实际线电流(A)；K_t为温度校正系数。当导线敷设地点的环境温度与导线允许载流量所采用环境温度不同时，需进行温度校正。

$$K_t = \sqrt{\frac{t_{al} - t'_o}{t_{al} - t_o}} \tag{5-27}$$

式中，t_{al}为导线正常工作时的最高允许温度，可查表 5-5；t'_o为导线敷设地点实际的环境温度；t_o为导体的允许流量所采取的环境温度；K_t也可查有关手册。

表 5-5 导体在正常和短路电流下的最高允许温度

导体的种类和材料		正常允许最高温度 t_{al}/℃	短路允许最高温度 $t_{k \cdot max}$/℃
母线	铜	70	300
	铝	70	200
	钢(不和电器直接连接时)	70	400
	钢(和电器直接连接时)	70	300
橡皮绝缘导线和电缆	铜芯	65	150
	铝芯	65	150
聚氯乙烯绝缘导线和电缆	铜芯	65	
	铝芯	65	130

必须注意，按发热条件选择导线和电缆截面，还应校验它与熔断器或低压断路器保护的配合是否得当，否则会发生导线或电缆已经过热甚至烧坏，而保护装置不动作的情况。

因此导线电缆还应满足的条件如下。

(1) 采用熔断器保护线路时应满足

$$I_{N \cdot FE} \leqslant K_{al} \cdot I_{al} \tag{5-28}$$

式中，I_{al}为导线和电缆的允许载流量；K_{al}为绝缘导线和电缆允许的短时过负荷系数一般取(1.5～2.5)；$I_{N.FE}$为熔断器熔体额定电流。

(2) 采用自动开关保护时应满足：

$$I_{OP} \leqslant K_{al} \cdot I_{al} \tag{5-29}$$

式中，I_{OP}为自动开关过流脱扣器的动作电流。K_{al}为对瞬时和短延时过流脱扣器，一般取4.5；对长延时过流脱扣器，作短路保护时，取1.1；只作过载保护时，取1。

4) 低压系统中性线(N线)和保护线(PE线)截面积的选择

(1) 中性线截面积的选择。中性线(N线)的允许载流量，按规定，不应小于三相线路中最大的不平衡负载电流，同时应考虑谐波电流的影响。中性线截面积一般应不小于相线截面积的50%。

对于3次谐波电流相当突出的三相线路，由于各相的3次谐波电流都要通过中性线，使中性线的电流可能接近于相电流，这种情况下，中性线截面积宜选为与相线截面积相同或相近，即$A_N \approx A_P$。

对于由于三相线路分出的两相线路及单相线路中的中性线，由于其中性线的电流都与相线电流完全相等，因此这种情况下，中性线截面积(A_N)应与相线(A_P)截面积完全相同，即$A_N = A_P$。

(2) 保护线截面积的选择。保护线(PE线)按规定，其电导一般不得小于相线电导的50%，因此保护线的截面积不得小于相线截面积的50%，但考虑到短路热稳定性要求，当$A_P \leqslant 16\text{mm}^2$时，保护线应与相线截面积相等，即$A_{PE} = A_P$。

保护线(PE线)还要满足单相接地故障保护的要求。在TN系统中，设备发生单相接地故障时，即形成相线与保护线间(P—PE间)的单相短路，按规定，单相短路电流要满足下述要求，以确保保护装置可靠动作。

① 对熔断器保护时应满足

$$I_K^{(1)} = U_P / |Z_{P-PE}| \geqslant 4 I_{N.FE} \tag{5-30}$$

② 对低压断路器保护时应满足

$$I_K^{(1)} = U_P / |Z_{P-PE}| \geqslant 1.5 I_{OP} \tag{5-31}$$

式中，$I_K^{(1)}$为单相短路电流(A)；U_P为系统的相电压(A)；$|Z_{P-PE}|$为相线与保护线的回路阻抗(Ω)；$I_{N.FE}$为熔断器的熔体额定电流(A)；I_{OP}为低压断路器的动作电流(A)。

相线与保护线的回路阻抗可用下式计算

$$|Z_{P-PE}| = \sqrt{(R_T + R_{P-PE})^2 + (X_T + X_{p-PE})^2} \tag{5-32}$$

式中，$X_T R_T$为变压器单相的等效电阻和电抗(Ω)；$X_{P-PE} R_{P-PE}$为相线与保护线的回路电阻和电抗(Ω)。

当$I_K^{(1)}$不满足式(5-30)或式(5-31)的要求时，还要加大保护线的截面积。

(3) 保护中性线截面积的选择。保护中性线(PEN线)兼有保护线(PE线)和中性线(N线)的双重功能，因此其截面积选择应同时满足上述保护线和中性线的要求，取其中的最大值，所以其截面积应视具体情况选为相线截面积的50%～100%，而且也要按式(5-30)或式(5-31)进行单相短路保护校验。

5) 按允许电压损失校验导线、电缆的截面积

由于线路上存在阻抗，当负荷电流通过时就要产生电压损失，简称压损。电气设备



的端电压，与其额定电压相比，一般允许在±5%的范围内变动，而照明灯具允许的数值更小，因此，线路的压损不应太大，否则电气设备不能正常运行。如果线路压损大于允许值。则应采取措施，或增大导线截面积。

对于低压无电感性负载的线路(如功率因数较高、导线较细、照明线路或直流线路等)可按下式校验

$$\triangle U\% = \frac{\sum M}{C \cdot A} \tag{5-33}$$

式中，$\sum M$ 为线路的所有功率矩之和，$\sum M = \sum PL$，单位为 kW·m；A 为导线的截面，单位为 mm^2；C 为计算系数，见表 5-6。表中 C 值为导线的温度 50℃时的值。

表 5-6　公式中的系数 C 值

额定电压/V	电 源 种 类	系数 C 值	
		铜　　线	铝　　线
380/220	三相四线	77	46.3
220	单相或直流	12.8	7.25
110		3.2	1.9
36		0.34	0.21

【例 5-10】 有一条采用 BLX—500 型铝芯橡皮线明敷的 220/380V 的 TN—S 线路，负载的线电流为 $I_L = 50A$，敷设地点的环境温度为+30℃。试按发热条件选择此线路的导线截面。

【解】 此 TN-S 线路为五根线的三相四线制线路，包括相线、中性线和保护线。

(1) 相线截面的选择。查表 5-7 得气温为 30℃时，明敷的 BLX—500 型铝芯橡皮线为 $10mm^2$ 的 $I_{al} = 60A > I_L = 50A$，正好满足发热条件。因此相线截面 $A_P = 10mm^2$

(2) 中性线(N 线)截面选择按 $A_N \geqslant 0.5A_P$，选 6 mm^2。

(3) 保护线(PE 线)截面的选择。由于 $A_P < 16\ mm^2$，故 $A_{PE} = A_P = 10mm^2$

此保护线截面还须按式(5-30)或式(5-31)进行单相短路保护的校验，因题上未给出保护装置，此略。

选择结果可表示为 BLX—500—(3×10+1×6+PE10)。

表 5-7　BLX 和 BLV 型铝芯绝缘线明敷时的允许载流量(导线正常最高允许温度为 65℃)

芯线截面/mm^2	环　境　温　度							
	25℃	30℃	35℃	40℃	25℃	30℃	35℃	40℃
	BLX 型铝芯橡皮线/A				BLV 型铝芯塑料线/A			
2.5	27	25	23	21	25	23	21	19
4	35	32	30	27	32	29	27	25
6	45	42	38	35	42	39	36	33
10	65	60	56	51	59	55	51	46
16	85	79	73	67	80	74	69	63

续表

芯线截面/mm²	环境温度							
	25℃	30℃	35℃	40℃	25℃	30℃	35℃	40℃
	BLX 型铝芯橡皮线/A				BLV 型铝芯塑料线/A			
25	110	102	95	87	105	98	90	83
35	138	120	110	104	130	121	112	102
50	175	163	151	138	165	154	142	130
70	220	206	190	174	205	191	177	162
95	265	247	229	209	250	233	216	197
120	310	280	268	245	283	266	246	225
150	363	336	311	304	325	303	281	257
185	420	392	363	332	380	355	328	300
240	510	476	441	403	—	—	—	—

注：(1) 绝缘导线全型号的表示和含义如下。

B L X—500—1×50

绝缘导线——B

铝芯——L

橡皮绝缘(V— 塑料绝缘)——X

额定电压/V(表示导线允许的最高额定电压)——500

单芯——1

额定截面/mm²——50

2. BX 和 BV 型铜芯绝缘线的允许载流量约为同截面的 BLX 和 BLV 型铝芯绝缘线的允许载流量的 1.3 倍。

5.5 安全用电

安全用电是指在用电的过程中，应防止各种用电设备事故和人身触电事故的发生，重点应防止人身触电事故的发生。

5.5.1 电流对人体的危害及有关概念

1. 电流的影响

人触电伤亡主要是电流的作用。电流对人体的伤害程度与通过人体的电流、持续时间、电压、频率、路径以及人体的健康有关。当工频超过 50mA 的电流通过心脏时，心脏就会停止跳动，人会发生昏迷，并出现致命的电灼伤。工频 100mA 的电流通过心脏时，会造成心脏功能紊乱，使人大脑缺氧而迅速死亡。

电流对人体造成的伤害主要是电击和电伤。

电伤是指由于电流的效应，即在电弧作用下或熔丝熔断时，对人体外部的伤害，如电灼伤、电烙印、皮肤金属化等。

电击是指电流通过人体，影响呼吸系统、心脏和神经系统，造成人体内部组织的损伤，如呼吸中枢麻痹、肌肉痉挛、心室颤动、呼吸停止等。在人体的外部不一定留下电流造成的损伤。

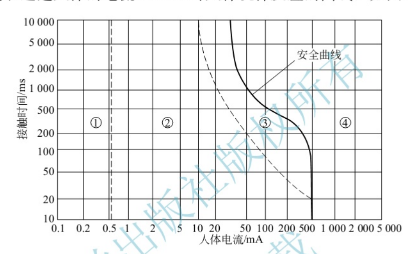
通常电击对人体的危害大，人触电死亡的原因大多数是由电击造成的。

2. 人体电阻

人体电阻：由体内电阻和皮肤电阻组成，体内电阻约 500Ω。人体电阻的平均值为 2 000Ω，一般取下限值，即 1 700Ω。

3. 安全电流和特低电压限值

安全电流：我国一般把工频时触电时间不超过 1s 的 30mA 的电流作为安全电流的临界值，一般把 50mA 及以上的电流作为通过人体的危险电流。国际上 IEC 于 1980 年提出了人体触电时间和通过人体的电流(50Hz)对人体机体反应的曲线，如图 5.24 所示。



① 人体无反应区 ② 人体一般无病理性反应区 ③ 人体一般无心室纤维性颤动和器质性损伤区 ④ 危险区

图 5.24 通过人体(15～100Hz)的电流和触电时间对人体机体反应的曲线

特低电压限值(ELV—Extra-Low voltage)：在正常和事故两种情况下，对人体器官不构成伤害的电压限值称为特低电压限值。

GB/T 3805—2008 标准代替了 GB/T 3805—1993，已不再使用“安全电压”的概念。GB/T 3805—2008 标准强调“在选用电气设施或电气设备的涉及特低电压的标称值或额定值时，其值应小于本标准所规定的相应的限值，并需留有余量。”

在地面上一般环境下成年人人体的电阻为 1 000～2 000Ω，发生意外时通过人体的电流按安全电流 30mA 计算，则相应的对人体器官不构成伤害的稳态电压限值见表 5-8。

表 5-8 稳态电压限值（据 GB/T 3805—2008）

环境状况	电压限值					
	正常（无故障）		单故障		双故障	
	交流	直流	交流	直流	交流	直流
1	0	0	0	0	16	35
2	16	35	33	70	不适用	
3	33[a]	70[b]	55[a]	140[b]	不适用	
4	特殊应用					

a：对接触面积小于 $1cm^2$ 的不可握紧部件，电压限值分别为 66V 和 80V。
b：在电池充电时，电压限值分别为 75V 和 150V。

由于人体的电阻是非线性的，触电电压越高，人体呈现的电阻越小，此时通过人体的电流越大，就越危险。

表5-8中环境状况对应说明如下：①皮肤阻抗和对地电阻均可忽略不计（例如人体浸没条件）；②皮肤阻抗和对地电阻降低（例如潮湿条件）；③皮肤阻抗和对地电阻均不降低（例如干燥条件）；④特殊情况。限值由有关的专业标准化技术委员会规定（如电焊、电镀等）。

根据表5-8，对于水下电焊或其他由于触电导致严重二次事故的环境，按照不引起人体痉挛的电流考虑。

4. 电流频率对人体的伤害

实验证明，电流频率在40～60Hz对人体的伤害最大，频率偏离工频越远，交流电对人体的伤害越轻。在直流和高频情况下，人体可以耐受更大的电流值。但高压高频对人的危害仍然较大。

5. 电流持续时间与路径对人体的伤害

电流通过人体的时间愈长，则伤害愈大。由图5.24可看出，0.2s是个界线，触电时间超过0.2s危险性加大。

电流的路径通过心脏会导致精神失常、心跳停止、血液循环中断，危险性最大。实验证明，电流从左手到双脚的路径是最危险的。当然电流通过头部也会损伤人脑而导致死亡。

6. 人体触电的方式

除电力人员外，人身触电事故大多发生在低压侧，即电压等级为380/220V侧。如进户线绝缘层破损(未能及时进行检修)使搭衣服的铁丝器具带电、湿手拧灯泡误触金属灯口、家用电器绝缘层破损而带电等。

触电的案例多种多样，归纳起来主要有直接接触触电和间接接触触电。

直接接触触电指电气设备在正常运行时，人体直接接触或过分靠近电气设备的带电部分所造成的触电。此种触电危险性高，往往后果严重。

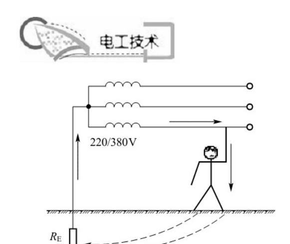
间接接触触电指电气设备在故障情况下(如绝缘损坏使其外壳带电)，当人触及正常时不带电，而故障时外露可导电的金属部分时所造成的触电。大多数触电事故属于这一种。

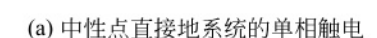
下面具体介绍这两种触电的类型。

1）直接接触触电

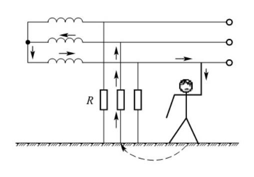
（1）单相触电：当人体直接接触带电设备其中一相时，电流通过人体流入大地，称为单相触电。对于1 000V以上的高压设备，当人体距离高压设备较近，小于安全距离时，此时高压设备可能击穿空气隙对人体放电，这也称为单相触电。根据电源中性点是否接地，单相触电具有两种形式，即电源中性点直接接地系统的单相触电如图5.25(a)和电源中性点不接地系统的单相触电如图5.25(b)所示。在我国低压侧电源中性点通常采用直接接地方式。

在图5.25(a)所示中，通过人体的电流为





(a) 中性点直接地系统的单相触电



(b) 中性点不接地系统的单相触电

图 5.25　单相触电

$$I_b = \frac{U_\varphi}{R_E + R_P} = 129\text{mA} \gg 50\text{mA} \tag{5-34}$$

式中，U_φ 为电源相电压 220V；R_E 为接地电阻 4Ω；R_P 人体电阻 1 700Ω。

由上式可看出，电源中性点接地时，通过人体的电流远远大于 50mA 的危险电流值，此种触电对人很危险。

电源中性点不接地系统的单相触电如图 5.25(b)所示。

在低压 220/380V 的中性点不接地系统中，若绝缘良好，人单相触电时，通过人体的电流很小，此时通过人体的仅为电容电流，一般不致对人造成伤害。但是当一相绝缘破损或绝缘电阻 R 降低时，这时通过人体的电流为电容电流与泄漏电流之和，此电流较大，对人有危险。

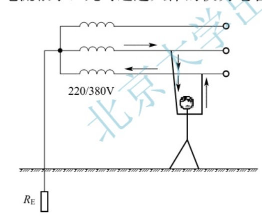


图 5.26　中性点直接接地系统的两相触电

在高压中性点不接地系统中，特别是具有较长的电缆线路，由于系统对地电容电流较大，电压较高，当人单相触电时，往往导致严重的人身触电伤亡事故。

(1) 两相触电：人体同时接触带电设备或线路的任意两相，电流从一相导体流入人体，再从另一相导体流过，构成闭合回路。这种触电方式称为两相触电，如图 5.26 所示。

此时通过人体的电流为

$$I_b = \frac{U_L}{R_b} = 224\text{mA} \gg 50\text{mA} \tag{5-35}$$

式中，U_L 为电源线相电压 380V。

由图 5.26 可看出，此时人处于线电压下，通过人体的电流很大，两相触电比单相触电的伤害要大得多。同时可看出，两相触电时，通过人体的电流与电源中性点接地与否无关，只与线电压的大小和人体的电阻有关。

2）间接接触触电

主要包括跨步电压触电和接触电压触电。

(1) 跨步电压触电：在高压输电线断线落地时，有强大的电流流入大地，在接地点周围产生电压降，当人体接近接地点时，两脚之间承受跨步电压而触电。如图 5.27 所示，U_{step}为跨步电压。

跨步电压的大小与人和接地点的距离、两脚之间的跨距、接地电流的大小等因素有关。一般在 20m 之外，跨步电压就降为零。如果误入接地点附近，应双脚并拢或单脚跳出危险区。

(2) 接触电压触电：当电气设备内部绝缘层损坏而与外壳接触，使外壳带电。当人触及带电设备的外壳时，加于人体某两点之间的电压。在图 5.27 所示中，人触摸外壳带电的设备，加于人手与脚之间的电压称为接触电压，用U_{tou}表示。

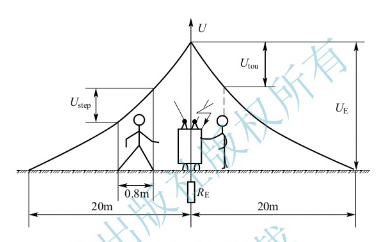


图 5.27 跨步电压与接触电压示意图

5.5.2 安全防护措施

低压触电防护的主要措施是保护接地。保护接地是指为保障人身安全防止触电事故而采取的接地措施。

1. 保护接地的有关概念

1) 接地体

埋入地下直接与土壤接触，有一定散流电阻的金属或金属导体组(扁钢，钢管或角铁)。

2) 接地线

连接接地体与电气设备接地部分的金属导线(扁钢、圆钢或钢线)。接地线分为接地干线和接地支线。

3) 接地装置

接地体与接地线的总称。如图 5.28 所示。

4) "地"、对地电压和接地电流

(1) "地"：距接地体 20m 以外的地方被认为是零电位，称为电气上 的"地"。

(2) 对地电压：电气设备的接地部分与零电位(大地)之间的电位差，用 U_E 表示。

(3) 接地电流：当电气设备发生故障时，通过接地线、接地体半球形散流入大地的电流，用 I_E 表示。如图 5.29 所示。

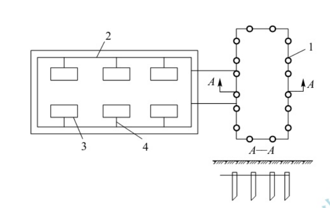


图 5.28　接地装置示意图

1—接地体；2—接地干线；3—电气设备；4—接地支线

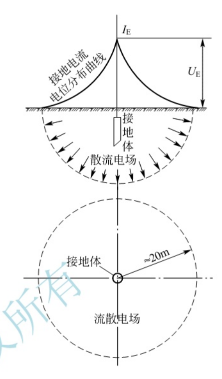


图 5.29　对地电压的电位及接地电流分布曲线

5）接地电阻

接地电阻等于接地线电阻、接地体本身的电阻以及散流电阻的总合，由于接地线电阻和接地体本身的电阻较小，可以忽略不计，一般认为接地电阻近似等于散流电阻。接地电阻的大小等于接地装置的对地电压与接地电流的比值。

6）工作接地与保护接地

(1) 工作接地：电气设备的带电部分因工作需要而接地。例如，发电机、变压器的中性点接地，避雷针、避雷器的接地，电压互感器的一次侧接地等。

(2) 保护接地：为保障人身安全、防止触电事故而进行的接地。例如：TA、TV 的二次侧接地；电气设备的支架、外壳等接地，一般将电气设备正常时不带电的金属部分接地。

2. 保护接地的方式和原理

1）保护接地的方式

低压配电系统的接地方式分为 IT 系统、TT 系统和 TN 系统。在我国目前大多数采用 TN 系统。

第 1 个字母 I：表示电源所有带电部分不接地或通过大阻抗仅一点接地。

第 1 一个字母 T：表示电源系统仅一点直接接地。

第 2 个字母 T：表示电气设备的外壳采用单独的接地装置接地，并且与电源的接地无电气上的联系。

第 2 个字母 N：表示电气设备的外壳采用公共的接地线接地，并且与电源共用接地体。

IT、TT 和 TN 系统的接线图如图 5.30 和图 5.31 所示。图中：PE 为保护接地线；N 为中性线，又称为工作用零线；PEN 为保护中性线，即为工作零线，又兼作保护接地线。

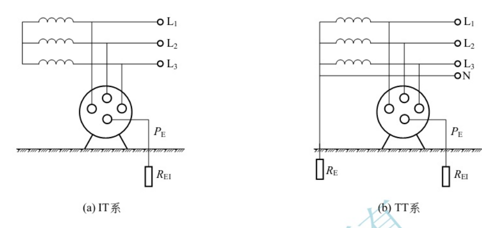


图 5.30 IT 和 TT 系统示意图

在图 5.30 所示中，设备的外壳采用单独的接地体接地，这种保护措施称为保护接地。这两种系统在我国低压供用电系统中用的不多。由于 IT 和 TT 系统中的电气设备都是经各自的 PE 接地，因此各自的 PE 间无电磁联系，所以适用于对数据处理、精密检测的装置供电。

图 5.31 为 TN 系统示意图，将电气设备的外壳与公共的 PE 或 PEN 线相连，这种保护接地措施又称保护接零。TN 系统又分 TN－C、TN－S 和 TN－C－S 3 种接线方式。TN 系统的接地电阻一般要求在 4Ω 及以下。

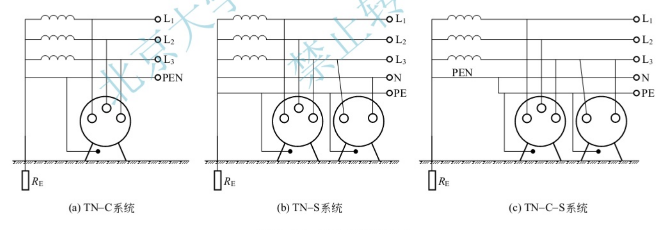


图 5.31 TN 系统示意图

2）保护接地的原理

(1) 对 IT 系统：当发生一相绝缘损坏、设备外壳带电时，外壳电压约等于相电压。若人触摸设备外壳，接地电流由两条回路流通，如图 5.32 所示。通常接地电阻 R_{El} 远小于人体电阻，R_{El} 越小，通过人体的电流越小。并且此系统的单相接地电流 $I_E^{(1)}$ 主要是绝缘泄漏电流，数值较小，如果限制接地电阻在一定范围内就能保证人身安全。通常 R_{El} 限制在 4Ω 以内。

(2) 对 TT 系统：当发生一相绝缘损坏、设备外壳带电，人尚未接触设备外壳时，如图 5.33 所示。忽略 PE 线和 N 线的电阻，取接地电阻 R_E 为 4Ω，单相碰壳的故障电流为

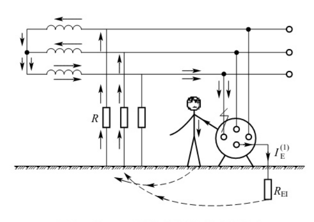


图 5.32 IT 系统保护接地原理图

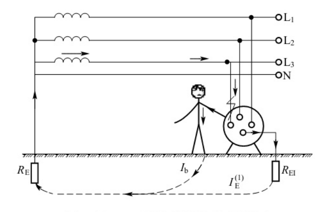


图 5.33 TT 系统保护接地原理图

$$I_E^{(1)}=U_P/(R_E+R_{E1})=220V/(4+4)\Omega=27.5A \quad (5-36)$$

式中，$I_E^{(1)}$为单相碰壳故障电流；U_P 为电源相电压，220V；R_{E1} 为电气设备的接地电阻，取 4Ω。

若人此时触摸设备外壳，人体电阻取 1 700Ω，通过人体的电流为

$$I_b=220V/1\,700\Omega=0.129A=129mA \quad (5-37)$$

虽然此时通过人体的电流远超过了安全电流，但是由于 27.5A 的电流会使小容量线路的保护装置迅速动作，通常在 1s 内切除故障，所以对人体是安全的。

应当注意，当设备因漏电而使外壳带电时，因漏电电流太小不足以使保护动作时，设备上的危险电压会长期存在，因而增加了人体触电的危险。为保障人身安全，应装设灵敏的漏电保护装置。

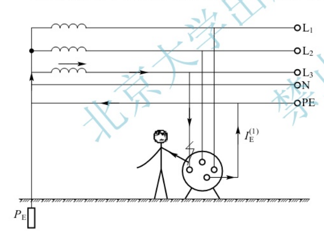


图 5.34 TN 系统保护接地原理

(3) 对 TN 系统：当发生一相绝缘损坏、设备外壳带电的同时人接触设备外壳时，如图 5.34 所示。单相碰壳的故障电流为

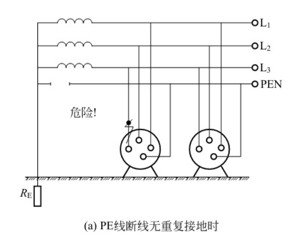
$$I_E^{(1)}=U_P/R_E=220V/4\Omega=55A \quad (5-38)$$

显然 55A 的电流会使保护动作、迅速跳闸，切除故障设备，保障了人身安全。

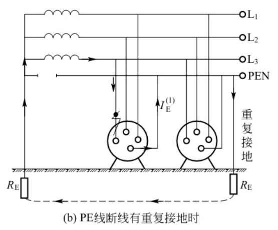
3. 重复接地的原理

在低压 TN 系统中，为确保接地的安全可靠，防止 N 线或 PEN 线断线造成的危害，系统中除了电源中性点接地以外，还必须在 N 线或 PEN 线的其他地方进行必要的一点或多点接地，称为重复接地。

如图 5.35 所示，在图 5.35(a)中，当 N 线或 PEN 断线并发生一相碰壳故障时，断线后面所有的设备虽然本身并未出现漏电等情况，但设备外壳都带有相电压，容易引起触电事故，十分危险。在图 5.35(b)中，采用了重复接地，若接地电流较大，可使保护迅速动作切除故障。此种情况相当于 TT 系统的单相碰壳故障。



(a) PE线断线无重复接地时



(b) PE线断线有重复接地时

图 5.35 重复接地原理图

应注意，居民住宅楼所接的负载几乎都是单相负载，负载所接电压为相电压，并且三相的负载往往会不对称，如果零线断线，此时用户端负载较小的相电压偏高，甚至接近于线电压。家用电器很容易烧坏。现实生活中有不少例子。

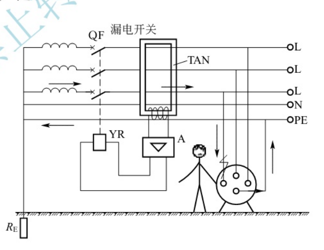
因此，TN 系统零线断线是非常危险的，所以有关规程规定 TN 系统中的 N 或 PEN 线不得断开，原则上不得装开关和熔断器。

4. 漏电保护装置

漏电保护装置又称漏电开关。对人身安全的保护，其作用方面远比保护接地和保护接零优越。漏电开关分电压动作型和电流动作型。电压动作型用于电源中性点不接地的供电电网中，电流动作型在 TN 系统中应用广泛。

下面介绍电流动作型漏电开关的动作原理，如图 5.36 所示。

电流动作型漏电开关它由主开关、零序电流互感器和脱扣装置构成。正常运行时，三相电流的相量和等于零，零序电流互感器二次侧无输出电流。发生漏电或触电时，TAN 二次侧有输出电流，从而有输出电压，此电压经放大后，加在脱扣器的动作线圈上，脱扣装置动作，将主开关 QF 断开，切除故障。



QF—低压断路器(自动空气开关)　TAN—零序电流互感器　YR—脱口器　A—电压放大器

图 5.36 电流型漏电开关原理图

应注意：PE 线不得穿过零序电流互感器，否则，当发生漏电时，漏电开关不能动作。不同的场合，允许的漏电开关动作值不同。例如用于家庭的低压线路，漏电开关的动作电流为 30mA 并在 0.1s 内动作；对于额定电压为 220V 及以上的电动工具，如果处于在发生人身触电后又会发生二次伤害的场所，如高空作业等，漏电开关的动作电流应选为 15mA 并在 0.1s 内动作。

漏电开关按照极数和电流回路数可分为单相单极、单相双极、三相三极、三相四线



和三相四极漏电开关。


特别提示

● 在同一低压配电系统中，不允许 TT 系统和 TN 系统混用，否则当外壳为直接接地的设备发生单相碰壳故障时，因接地电流较小，故障会长期存在，此时公共的 PEN 线电压会升高，采用保护接零的设备外壳会带上危险的电压。

● TN 系统中的 N 或 PEN 线不得断开，原则上不得装开关和熔断器。

● 相线和零线不得接反；工作用零线(N)与接地保护线(PE)不得接反，否则三相负载不对称时，设备外壳会出现危险的电压。

5.6　三相电路应用实例

在工农业生产或人们的日常生活中，通常采用三相或单相交流电。大家知道，三相交流电由发电厂提供，经过变压器的升压，又通过长距离的输配电线路及变压器的降压，送到用户。由于电压仍然较高，需要进一步降压到 380/220V 才能供用电设备使用。

下面以某一单位宿舍为例介绍低压三相交流电的输送与分配。

图 5.37 为某一单位宿舍的配电系统示意图。对于三相交流系统供配电系统图，为了简单方便，仅画出一条线代表三相线路。低压系统通常在单条线路上画斜线表示低压系统的接线方式及此线路的实际线路数。如图所示，电源进线电压为 10kV，经负荷开关、熔断器及变压器的降压，降为 380/220V，又经低压总配电柜、分配电柜、电缆或架空线路(通常采用电缆线路 VV 或 YJV 型)，将三相交流电分别送至 1＃～4＃宿舍楼，图中低压配电系统采用 TN—S 接线方式，即三相五线制。进入楼层后，每层的进线采用单相三线，即相线、零线和接地保护线各一根。应注意，由于居民用电都是单相负荷，在电能

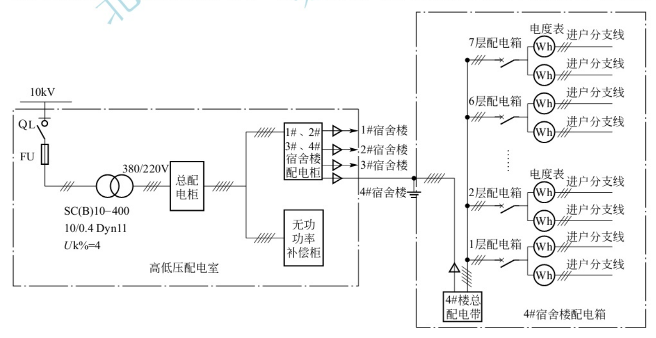


图 5.37　某单位宿舍配电系统示意图



分配上，应尽量三相平衡。单相电经每户的电度表、进户分支线进入户内。进户分支线通常选用 BV 铜芯线，由于家用电器的广泛应用，一般每户居民按照 7kW 设计，计算电流为 $I_{\varphi}=(7/0.22)\mathrm{A}=32\mathrm{A}$，按照环境温度 35℃计，因此进户分支线采用 $6\mathrm{mm}^2$ 的铜芯线。户内空调、插座等一般选用导线截面为 $4\mathrm{mm}^2$ 铜芯线，户内照明线通常选用 $2.5\mathrm{mm}^2$ 铜芯线。

根据供电部门的规定，低压电能用户分为民用电、工业用电和非工业用电。民用电包括城乡居民用电。电能用户的不同，收费标准也不同。

小　结

1. 三相电源

三相供电系统中，三个大小相等，频率相同，相位互差 120°的电源称为三相对称电源。在三相四线制供电系统中，各相线(火线)之间的电压称为线电压；各相线与中性线(零线)之间的电压称为相电压。当三相电源作星形联结时，线电压与相电压的大小关系为 $U_{\mathrm{L}}=\sqrt{3}U_{\mathrm{P}}$，在相位上，线电压超前于对应相电压 30°。我国低压供电系统的标准电压为 380/220V。

2. 三相负载

阻抗相同的三相负载称为三相对称负载，即阻抗模相等，阻抗的辐角相同。计算三相对称负载的电路时，只需计算一相，其他两相可按对称性求出。

3. 线值与相值的关系

在计算三相对称电路时，当负载作星形连接时，$U_{\mathrm{L}}=\sqrt{3}U_{\mathrm{P}}$，且线电压超前于对应负载的相电压 30°，$I_{\mathrm{L}}=I_{\mathrm{P}}$。当负载作三角形连接时，$U_{\mathrm{L}}=U_{\mathrm{P}}$，$I_{\mathrm{L}}=\sqrt{3}I_{\mathrm{P}}$，且线电流滞后于对应负载的相电流 30°。

4. 三相负载的连接

三相负载究竟采用哪种连接方式，应视电源电压的数值和负载的额定电压而定。当负载作星形联结时，对于不对称负载必须接成三相四线制，中性线必不可少；对于三相对称负载，中性线可省去，接成三相三线制。

5. 三相对称负载的功率

$$P=\sqrt{3}U_{\mathrm{L}}I_{\mathrm{L}}\cos\varphi$$

$$Q=\sqrt{3}U_{\mathrm{L}}I_{\mathrm{L}}\sin\varphi$$

$$S=\sqrt{3}U_{\mathrm{L}}I_{\mathrm{L}} \quad 或 \quad S=\sqrt{P^2+Q^2}$$

以上公式对作星形、三角形连接的对称负载均适用。式中 φ 是各相负载相电压与相电流之间的相位差，而不是线电压和线电流之间的相位差，即各相负载的阻抗角或功率因数角。在不对称负载的三相电路中其电流也是不对称的，三相电流和功率要分别计算。

在三相电路中，计算三相总的有功功率或计算总的无功功率时，各相的有功功率或无功功率都可以直接代数相加。通常视在功率不能代数相加，只有当三相负载对称或当三相负载的阻抗角相同时，视在功率可以代数相加。



6. 电力系统

电力系统由发电厂、电力网和电力用户3部分组成，其中电力系统中各级电压的输配电线路和变电所组成的部分称为电力网。

低压配电线路有3种基本的接线方式：放射式、树干式、环状系统。

低压配电线的选择条件：①满足允许正常发热条件；②满足允许电压损失；③满足经济电流密度；④满足机械强度条件；⑤满足热稳定最小允许截面积条件。

中性线(N线)截面积的选择：按规定，中性线截面积一般应不小于相线截面积的50%。

对于3次谐波电流相当突出的三相线路，中性线截面积宜选为与相线截面积相同或相近，即 $A_N \approx A_P$。对于由于三相线路分出的两相线路及单相线路中的中性线，中性线截面积应与相线截面积完全相同，即 $A_N = A_P$。

保护线(PE线)截面的选择：按规定，保护线的截面积不得小于相线截面的50%，但考虑到短路热稳定性要求，当 $A_P \leqslant 16mm^2$ 时，保护线应与相线截面积相等，即 $A_{PE} = A_P$。

7. 安全用电

我国一般把工频时触电时间不超过1s的30mA的电流作为安全电流的临界值，一般把50mA及以上作为通过人体的危险电流。

特低电压限值标准：GB/T 3805—2008标准不再使用“安全电压”的概念，强调在选用电气设施或电气设备涉及特低电压的标称值或额定值时，其值应小于GB/T 3805—2008标准所规定的相应限值，并需留有余量。

为保障人身安全、防止触电事故而进行的接地称为保护接地。电气设备的带电部分因工作需要而接地称为工作接地。

低压配电系统的接地形式分为TN、TT和IT 3种类型，TT系统和IT系统是保护接地系统，TN系统为保护接零系统，TN系统又分为TN-C、TN-S、TN-C-S。

在低压TN系统中，为确保接地的安全可靠，防止N线或PEN线断线造成的危害，系统中除了电源中性点接地以外，还必须在N线或PEN线的其他地方进行必要的一点或多点接地，称为重复接地。


知识链接

电力系统的发展简史

法拉第(1917—1867)是英国实验物理学家，他在1831年发现了电磁感应现象。在之前的10年，他做了许多次实验都失败了。直到1831年年底，他发明了一种电磁电流发生器，这就是最原始的发电机。法拉第不仅作出了跨时代的贡献而且奠定了未来电力工业的基础。在此基础上很快出现了原始的交流发电机、直流发电机和直流电动机，电机的制造和电力输送技术围绕着直流电，电压为100～400V。由于输送的电压较低，因此输送的功率小，输送的距离短。

第1次高压输电出现于1882年，德普勒(法国人)将水电厂生产的电能输送到57km以外的慕尼黑，用于驱动水泵，它采用的电压是直流1 500～2 000V，输送功率为2kW，此输电系统被认为是世界上第一个电力系统。

1891年在德国法兰克福城举办的国际电工技术展览会上，出现了第1个上万伏高压交流输电系统。俄国人多里沃·多勃列沃列斯基展示了一个高压交流输电系统，此系统从拉芬镇到法兰克福全长175km，设在拉芬镇的水轮发电机组的功率为230kV·A，电压为95V，变压器将电压升高为15 200V。使用4mm^{2}的铜线将功率输送到法兰克福，在法兰克福，再使用2台变压器降压至112V，分别为白炽灯和异步电动机供电。此系统被认为是近代电力系统的雏形。

三相交流电的优越性很快显示出来，发电厂之间出现了并列运行，输送功率、输送距离和输电电压不断增加，数10年间出现了全国性的和国与国之间的联网。

三相电路的优点主要有：在发电方面，比单相电源可提高功率50%；在输电方面，比单相输电节省钢材25%；在配电方面，三相变压器比单相变压器经济且便于接入负载；在电能应用方面：结构简单、成本低、运行可靠、维护方便。以上优点使三相电路在动力方面获得了广泛应用，是目前电力系统采用的主要供电方式。

目前，世界上最高线路电压已经达到了1 000kV，最远输电距离远超过1 000km，最大电力系统的容量已达到数千万千瓦。为了彻底解决同步发电机并列运行的稳定性等问题，又重新开始采用直流输电，目前直流输电电压最高为800kV，直流输电距离超过1 000km。

至2009年，我国发电厂装机总容量列世界第2位，最高电压等级达到了1 000kV。目前在中国的水电装机总容量位列世界第1。其中三峡电站是世界上最大的水电站，总装机容量超过2.25×10^7W，年发电量可达到10^{11}kW·h。我国新疆的达坂城发电站是亚洲规模最大的风力发电站，安装有200台风车，单机容量为1 200kW·h。

习　题

5-1　单项选择题

(1) 当三相交流发电机的三个绕组接成星形时，若线电压$u_{23}=380\sqrt{2}\sin\omega t$V，则相电压$u_2=$(　　)。

A. $220\sqrt{2}\sin(\omega t+90°)$V　　B. $220\sqrt{2}\sin(\omega t-30°)$V

C. $220\sqrt{2}\sin(\omega t-150°)$V　　D. $220\sqrt{2}\sin(\omega t)$V

(2) 在负载为三角形连接的对称三相电路中，各线电流与相电流的关系是(　　)。

A. 大小、相位都相等

B. 大小相等、线电流超前对应的相电流90°

C. 线电流大小为相电流大小的$\sqrt{3}$倍、线电流超前对应的相电流30°

D. 线电流大小为相电流大小的$\sqrt{3}$倍、线电流滞后对应的相电流30°

(3) 三相对称负载星形接法，若电源线电压为380V，线电流为10A，每相负载的功率因数为0.5，则该电路总的有功功率为(　　)。

A. 1 900W　　B. 2 687W

C. 3 291W　　D. 5 700W

(4) 如图5.38所示，3盏规格相同的白炽灯接在低压相电压为220V的三相交流电路中，且都能正常发光，现将S_2断开，则EL1、EL3将(　　)。

A. 烧毁其中一个或都烧毁

B. 不受影响，仍正常发光

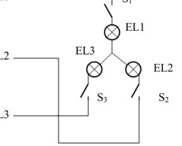


图5.38　习题5-1(4)图

C. 都略为增亮些

D. 都略为变暗些

(5) 电力系统由(　　)组成。

A. 发电厂、变电所、电力线路　　B. 发电厂、电力网、电力用户

C. 发电厂、变电所、电力用户　　D. 发电厂、变电所、电力网

(6) 电力负荷通常分为(　　)级，(　　)级负荷对供电可靠性要求最高。

A. 1　3　　B. 3　3　　C. 3　1　　D. 3　2

(7) 工业、企业变、配电所一般由(　　　)组成。

A. 总降压变电所(或总配电所)、车间变电所、高、低压配电线路

B. 总配电所、车间变电所、低压配电线路

C. 总降压变电所(或总配电所)、车间变电所、高压配电线路

D. 总降压变电所、总配电所、高、低压配电线路

(8) 放射式接线、树干式接线及环状系统三者相比，供电可靠性较高的是(　　)接线，供电可靠性较差的是(　　)接线。

A. 放射式和树干式　环状系统　　B. 放射式和环状系统　树干式

C. 环状系统和树干式　放射式　　D. 树干式　放射式

(9) 在下列接地方式中，属于保护接地的是(　　)。

A. 避雷器接地　　B. 电压互感器 TV 一次侧接地

C. 变压器中性点接地　　D. 电气设备外壳接地

(10) 将电力变压器的金属外壳接地称为(　　)。

A. 工作接地　　B. 保护接地　　C. 保护接零　　D. 重复接地

(11) 三相对称电路是指(　　)。

A. 三相电源对称　　B. 三相负载对称

C. 三相电源和三相负载均对称　　D. 三相电源对称、三相负载不对称

(12) 选择 380/220V 低压动力线截面时，应按(　　)条件选择。

A. 机械强度、经济电流密度、电压损失

B. 机械强度、热稳定最小允许截面、正常发热条件

C. 正常发热条件、机械强度和电压损失

D. 经济电流密度、正常发热条件和电压损失

5-2　判断题(正确的请在每小题后的圆括号内打“√”，错误的打“×”)

(1) 三相对称正弦电压是指频率相同、幅值相等、相位相同的三个正弦电压。(　　)

(2) 三相对称负载是指三相负载的阻抗模相等，相位角也相等。(　　)

(3) 三相负载作星形连接时，无论负载对称与否，线电流必定等于相电流。(　　)

(4) 电灯的开关可以接在相线上，也可以接在零线上。(　　)

(5) 在三相四线制供电系统中，当三相负载接近平衡时，中性线可以省去。(　　)

(6) 在 380/220V 三相四线制供电系统中，中性线上禁止安装开关和熔断器。(　　)

(7) 对称性负载不论Y接法还是△接法，其有功功率都可按 $P=\sqrt{3}U_L I_L \cos\varphi_P$ 计算。(　　)

(8) 在我国规定触电时间不超过 1s 的安全电流临界值为 50mA。(　　)



(9) 在我国一般规定额定电压在 1 000V 以上，统称为低压。 ( )

(10) 在同一低压配电系统中，允许 TT 和 TN 系统混用。 ( )

(11) TA 二次侧接地属于工作接地。 ( )

(12) TV 二次侧接地属于保护接地。 ( )

(13) TV 的二次侧接地、电气设备的支架、外壳等接地属于保护接地。 ( )

(14) 接地装置包括接地体和接地线。 ( )

(15) TV 的一次侧接地属于保护接地。 ( )

(16) 接地电阻包括接地体电阻和接地线电阻。 ( )

(17) 重复接地是为了避免零线断线带来的危险。 ( )

(18) 接触电压是指人触摸发生漏电故障的设备时，加于两脚之间的电压。 ( )

(19) 跨步电压是指人在接地故障点附近行走时，两脚之间出现的电位差。 ( )

5-3 三相对称负载，其每相负载阻抗 $Z=(6+j8)\Omega$，额定电压为 220V。

(1) 当三相电源 $U_L=380V$ 时，三相负载如何连接？求出 I_P、I_L 和 P。

(2) 当三相电源 $U_L=220V$ 时，三相负载如何连接？求出 I_P、I_L 和 P。

5-4 某住宅楼有 36 户居民，设计每户最大用电功率 7kW，额定电压 220V。采用三相电源供电，线电压 $U_L=380V$。试将用户均匀分配组成对称三相负载，画出供电线路，若每户按照满负荷运行，且功率因数为 0.8 或 0.9，试分别计算三相电源应提供的总容量 S 和线路总电流 I。

5-5 如图 5.39 所示，已知三相对称电源的 $U_L=380V$，每只白炽灯的额定电压为 220V，额定功率为 100W。三相负载星形连接，问：

(1) 开关 S 闭合时，流过白炽灯的电流 I_1、I_2、I_3 为多少？

(2) 开关 S 断开时，A 灯和 B 灯两端电压各为多少？A 灯和 B 灯能否正常发光？

5-6 如图 5.40 所示对称三相电路中，$R=100\Omega$，电源线电压为 380V。求：

(1) 电压表和电流表的读数是多少？

(2) 三相负载消耗的功率 P 是多少？

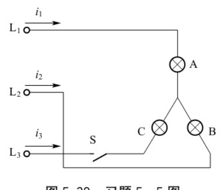


图 5.39 习题 5-5 图

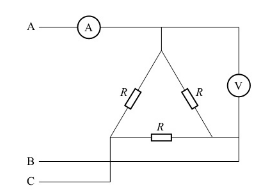


图 5.40 习题 5-6 图

5-7 某建筑物有三层楼，每层的照明分别由三相电源的相电压供电，电源电压为 380/220V，每层楼装有“220V，100W”的白炽灯 100 盏。

(1) 画出该照明电路接线图。

(2) 求楼内电灯全部点亮时的相电流、线电流的大小。

(3) 若第一层的电灯全关闭，第二层全开亮，第三层只开10盏，电源中性线又因故断开，分析该照明电路的工作情况。

5-8　在线电压为380V的三相电源上，接两组电阻性对称负载，如图5.41所示，试求线路电流I(有效值)。

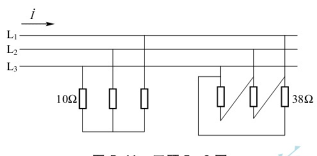


图5.41　习题5-8图

5-9　低压中性线(N)线和低压保护线(PE)的截面积应如何选择?

5-10　试画出TN系统、TT系统、IT系统图。

5-11　试按发热条件选择380/220V、TN—C系统中线路的相线和PEN线截面积，已知线路的负载电流I_L=40A，安装地点的环境温度为35℃，拟采用BV型铜芯塑料线。

第6章

磁路与变压器

本章将主要介绍磁路与变压器的基本概念。利用安培环路定律推导出磁路欧姆定律，分析变压器的构造、原理，并对变压器的实际应用进行介绍。重点讨论变压器的工作原理。



教学目标与要求

- 理解磁路欧姆定律。
- 了解变压器的构造，掌握变压器的工作原理。
- 掌握同名端的判断。
- 了解自耦变压器、仪用互感器的特点。



引例

发电厂生产的电能经变压器变成高压后，经电力网络输送到用户，再由变压器(如图 6.0 所示)变成低压供用户使用，变压器已经成为电力系统中非常重要的设备。我们日常生活中使用的手机充电器、电子计算机(以下简称计算机)、电视机等所用的电源都是将 220V 的交流电经变压器转换成相应的低电压，然后再经整流实现的。变压器已经跟我们日常生活息息相关，通过本章学习，我们将对变压器有更多的认识。



图 6.0　配电变压器

6.1　磁场与磁路

本节将简单介绍描述磁场特性的基本物理量、磁性物质的磁性能以及定性分析磁路的磁路欧姆定律。

6.1.1　磁场的基本物理量

磁场是一种特殊的物质，有电流的地方就会伴随着磁场的存在，表征磁场特性的物



理量主要有如下几个。

1．*磁感应强度*

为了定量反映不同位置的磁场强弱和方向，我们引入磁感应强度这一物理量。

在磁场中垂直于磁场方向的一小段通电直导体所受的磁场力与直导体中的电流和直导体长度乘积的比值称为直导体所在处的磁感应强度。表达式为

$$B=\frac{F}{I\cdot l} \tag{6-1}$$

式中，F 为磁场力，单位为牛［顿］(N)；I 为电流，单位为安［培］(A)；l 为长度，单位为米(m)；B 为磁感应强度，单位为特［斯拉］(T)。

磁感应强度是矢量，磁场中某点的磁感应强度方向即是该点的磁场方向。

若磁场中各点的磁感应强度大小相等、方向相同，则这样的磁场称为匀强磁场。

2．*磁通*

在磁场中，垂直穿过某一面积的磁感线的条数称为穿过这一面积的磁通量，简称磁通，用 Φ 表示。在匀强磁场中，磁通等于磁感应强度 B 和与磁感应强度垂直的某一面积的乘积，即

$$\Phi=BS \tag{6-2}$$

式中，Φ 为磁通，单位为韦［伯］(Wb)；B 为磁感应强度，单位为 T；S 为与磁感应强度方向垂直的面积，单位为 m^2。

3．*磁场强度*

磁场强度是为计算方便而引入的一个物理量。磁场强度也是一个矢量，用 H 表示，其方向与磁感应强度的方向一致。磁场强度的单位是安培每米(A/m)。

4．*磁导率*

磁导率是用来表征磁场中物质导磁能力的物理量，它在数值上等于磁感应强度与磁场强度的比值，即

$$\mu=\frac{B}{H} \quad 或 \quad B=\mu H \tag{6-3}$$

磁导率的单位是亨利每米(H/m)。

真空中的磁导率是一个常数，用 μ_0 来表示，其由实验测出，其值为

$$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{H/m} \tag{6-4}$$

任意一种物质的磁导率 μ 和真空的磁导率 μ_0 的比值，称为该物质的相对磁导率 μ_r，即

$$\mu_r=\frac{\mu}{\mu_0} \tag{6-5}$$


特别提示

磁场强度 H 与磁感应强度 B 的名称很相似，均是反映磁场强弱和方向的物理量，但 B 与磁场中物

质的磁导率有关，而 H 与磁场中物质的磁导率无关。

6.1.2 磁性物质的磁性能

物质在外磁场的作用下将产生不同程度的附加磁场，这种在外磁场作用下从不表现磁性变为具有一定磁性的过程称为磁化。根据不同物质在磁场中被磁化的程度不同，可将物质分为 2 大类：非磁性物质、磁性物质。磁性物质主要指铁、镍、钴及其合金。

非磁性物质不易被磁化，其相对磁导率 μ_r 近似等于 1。

磁性物质在外界磁场的作用下会被强烈的磁化，并大大增强原有的外磁场。因此磁性材料的相对磁导率 μ_r 很大，例如，变压器所用硅钢片的相对磁导率 $\mu_r=(7\ 000\sim10\ 000)$。

磁性物质是构成磁路的主要物质。磁性物质主要有以下的磁性能。

1. 高导磁性

在磁性物质中的分子电流产生磁场，每个分子就相当于一个小磁铁。在没有外磁场作用时，磁性物质内部具有一个个小区域，在每个小区域内，分子电流形成的小磁铁都已排列整齐，显示磁性。这些具有自发磁化性质的小区域称为磁畴，在没有外磁场作用时，各个磁畴的取向不同，排列杂乱无章，对外界的作用相互抵消，不显示宏观的磁性。

当把磁性物质置于外磁场中，在外磁场的作用下，各磁畴沿外磁场方向取向，产生了附加磁场。而且随着外磁场的加强，会有更多的磁畴转到与外磁场相同的方向，从而使物质内部的磁场得到了大大的加强。

由于磁性物质具有高导磁性，使得用较小的励磁电流就可以产生足够强的磁场，并使磁感应强度 B 足够大。因此在工程上凡是需要强磁场的场合，如电机、变压器、电磁铁和电磁仪表等电气设备，均广泛选用磁性物质作为其磁路。

2. 磁饱合性

磁性物质的磁化不能随外磁场的增加而无限制的增加，当外磁场达到一定值后，磁性物质内部的磁畴几乎全部转向与外磁场方向一致，以后外磁场 H 再增加，磁感应强度 B 的变化也很小，磁感应强度 B 就达到了饱合。

磁性材料的磁特性可以用它的磁感应强度 B 与磁场强度 H 的关系曲线来表示，这条曲线称为磁化曲线。由于磁性物质具有磁饱合性，所以磁化曲线不具有线性关系，如图 6.1 所示的磁化曲线。

根据磁导率的定义 $\mu=\dfrac{B}{H}$，可以得出 μ 随 H 变化的曲线，即磁性物质的磁导率 μ 不是常数。为了更合理地利用磁性物质，通常磁路的工作点选在 a 点附近的接近饱合区域。

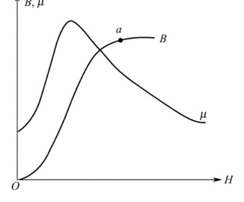


图 6.1 磁化曲线图

3. 磁滞性

对磁性物质进行交流励磁时，得到的 $B-H$ 曲线

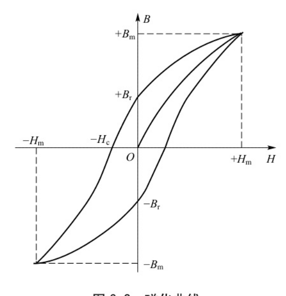


图 6.2 磁化曲线

是一条闭合曲线，称为磁滞回线，如图 6.2 所示。由图可见，当外磁场由 H_m 逐渐减小时，B 并没有按原磁化路径返回，而是在其上部。当 H 减小到零时，B 并不为零，而是具有剩磁 B_r，要去掉剩磁，必须加一反向的磁场强度 H_c，称为矫顽磁力。磁性物质中，B 的变化总是滞后于 H 变化的性质称为磁滞性。

根据磁滞特性，磁性物质可以分为软磁物质、永磁物质、矩磁物质。软磁物质的磁滞回线较窄，剩磁 B_r、矫顽磁力 H_c 都较小，一般用来制造变压器、电机、接触器等的铁心。永磁物质的磁滞回线较宽，剩磁 B_r、矫顽磁力 H_c 都较大，常用来制造永久磁铁。矩磁物质具有较小的矫顽磁力和较大的剩磁 B_r，常用在控制元件中。

6.1.3 磁路欧姆定律

对磁路进行分析时，常用到磁路欧姆定律。磁路欧姆定律反映了磁路的磁通 Φ、磁通势 F 和磁阻 R_m 之间的关系。

根据安培环路定律可知，磁场中沿任何闭合曲线磁场强度矢量的线积分，等于穿过该闭合曲线所包围的电流的代数和，其数学表达式为

$$\oint H\mathrm{d}l = \sum I \tag{6-6}$$

以具体磁路为例，如图 6.3 所示的一个均匀环形线圈，铁心由同一磁性材料构成，其截面积处处相等。励磁电流为 I，共有 N 匝均匀缠绕在铁心上。若取铁心中心线作为积分路径 l，沿路径 l 各点的 B 和 H 均有相同的值，其方向处处与积分路径绕行方向一致(即 H 与 $\mathrm{d}l$ 同向)，因此式(6-6)可以写为

$$Hl = NI \quad 或 \quad H = \frac{NI}{l} \tag{6-7}$$

式中，NI 称为磁通势，用 F 表示，即 $F=NI$，其单位为安［培］(A)。

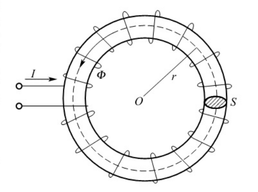


图 6.3 均匀环形线圈磁路

因为 $\Phi=BS$，$B=\mu H$，所以 $\Phi=\mu HS$，将式(6-7)代入左式得

$$\Phi = \mu\frac{NI}{l}S = \frac{NI}{\dfrac{l}{\mu S}} = \frac{F}{\dfrac{l}{\mu S}}$$

令 $R_m = \dfrac{l}{\mu S}$，则

$$\Phi=\frac{F}{R_{\mathrm{m}}} \tag{6-8}$$

式(6-8)在形式上与电路中的欧姆定律($I=U/R$)相似，称为磁路欧姆定律。磁通势F反映了通电线圈励磁能力的大小；$R_{\mathrm{m}}=l/(\mu S)$称为磁阻，是表示磁路的材料对磁通起阻碍作用的物理量，反映了磁路导磁性能的强弱，它只与磁路的尺寸及材料的磁导率有关。对于磁性材料，由于μ不是常数，其R_{m}也不是常数，故式(6-8)主要用来定性分析磁路，一般不对磁路进行定量计算。

对于由不同材料或不同截面组成的几段磁路，如图6.4所示带有空气隙的直流电机磁路。磁路的总磁阻为各段磁阻之和，由$R_{\mathrm{m}}=l/(\mu S)$可知，对于空气隙这段磁路，其l_0虽小，但因μ_0很小，故R_{m}很大，从而使整个磁路的磁阻大大增加。若磁通势$F=NI$不变，要保持磁通Φ不变，则空气隙愈大，所需的励磁电流I也愈大。

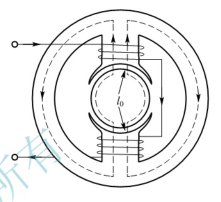


图6.4 直流电机磁路

6.2 变 压 器

变压器是一种常见的电气设备，在电力和电子系统中均有其极为广泛的应用。本节将主要讨论单相变压器的构造和工作原理。

6.2.1 变压器的构造

变压器最基本的部分是铁心和绕组，按变压器铁心和绕组的结构形式可分为芯式和壳式，如图6.5所示。壳式变压器是由铁心包着绕组，用于小容量的变压器中。芯式变压器的绕组包围着铁心，构造简单，用铁量少，多用于大容量变压器中。

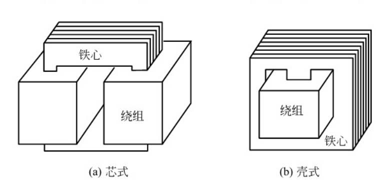


图6.5 单相变压器构造图

铁心一般用0.35～0.5mm的硅钢片叠装而成，硅钢片表面涂有绝缘漆，形成绝缘层，其作用是减少涡流和磁滞损耗。

绕组就是线圈。小容量变压器的绕组多用高强度漆包线绕制，大容量变压器的绕组可用绝缘铜线或铝线绕制。

变压器绕组与电源相接的一侧称为一次绕组(或称原绕组)，与负载相接的一侧称二

次绕组(或称副绕组)。

由于变压器在工作时铁心和绕组都要发热，故需考虑散热问题。小容量的变压器采用空气自冷式；大、中容量的变压器采用油冷式，即把铁心和绕组装入有散热管的油箱中。

6.2.2 变压器的工作原理

如图 6.6 所示的单相变压器，当变压器空载运行时(开关断开)。一次绕组在电压源 u_1 作用下，产生电流 i_1，此时 $i_1=i_0$，i_0称为空载电流或励磁电流。磁通势 N_1i_1将产生两部分磁通，即主磁通 Φ 和漏磁通 $\Phi_{\sigma1}$，它们又分别在一次绕组中感应两个电动势，即主磁电动势 e_1和漏磁电动势 $e_{\sigma1}$，并在二次绕组产生主磁电动势 e_2。

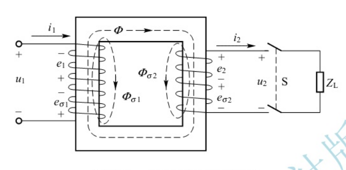


图 6.6 单相变压器原理图

当变压器带负载运行时(开关闭合)，在电动势 e_2 作用下，二次绕组会产生电流 i_2，二次绕组的磁通势 N_2i_2也产生两部分磁通，其绝大部分通过铁心闭合并与一次绕组在铁心中产生的磁通叠加共同形成主磁通，另一小部分为漏磁通 $\Phi_{\sigma2}$。下面分别讨论变压器的电压变换、电流变换和阻抗变换作用。

1. 电压变换

根据基尔霍夫电压定律，可以得到一次绕组的电压平衡方程式

$$u_1=i_1R_1-e_{\sigma1}-e_1 \tag{6-9}$$

理想情况下，由于绕组电阻上的电压降 i_1R_1 和漏磁电动势 $e_{\sigma1}$ 都很小，与主磁电动势 e_1相比，均可忽略不计，故由式(6-9)可知

$$u_1\approx -e_1$$

通常加在一次绕组上的电压 u_1为正弦电压，其有效值为

$$U_1\approx E_1 \tag{6-10}$$

同理

$$u_2\approx e_2 \tag{6-11}$$

由于电压 u_1为正弦电压，所以在磁路不太饱和的情况下，主磁通 Φ 可近似为正弦量，设 $\Phi=\Phi_m\sin\omega t$，则

$$\begin{aligned} e_1&=-N_1\frac{d\Phi}{dt}=-N_1\frac{d(\Phi_m\sin\omega t)}{dt}=-N_1\omega\Phi_m\cos\omega t \\ &=2\pi fN_1\Phi_m\sin(\omega t-90°)=E_{m1}\sin(\omega t-90°) \end{aligned} \tag{6-12}$$

式中，$E_{m1}=2\pi fN_1\Phi_m$，是主磁电动势 e_1 的幅值，其有效值是

$$E_1=\frac{2\pi fN_1\Phi_m}{\sqrt{2}}=4.44fN_1\Phi_m \tag{6-13}$$

同理

$$E_2=\frac{2\pi fN_2\Phi_m}{\sqrt{2}}=4.44fN_2\Phi_m \tag{6-14}$$

这样一、二次绕组电压之比为

$$\frac{U_1}{U_2}\approx\frac{E_1}{E_2}=\frac{N_1}{N_2}=K \qquad (6-15)$$

式中，K 称为变压器的变比，亦即一、二次绕组匝数之比。可见，当电源电压 U_1 不变时，通过改变匝数比，就可以得到不同的输出电压 U_2。

在实际应用中，当电源电压 U_1 不变时，随着二次绕组电流 I_2 的增加(增加负载)，一、二次绕组的漏磁电动势增加，这将使二次绕组的输出电压 U_2 发生变化。当电源电压 U_1 和负载功率因数 $\cos\varphi_2$ 不变时，U_2 随电流 I_2 变化关系可用外特性曲线 $U_2=f(I_2)$ 来表示，如图 6.7 所示。

从空载到额定负载，二次绕组的电压 U_2 随电流 I_2 变化程度通常用电压调整率 ΔU 来表示，即

$$\Delta U\%=\frac{U_{20}-U_2}{U_{20}}\times 100\% \qquad (6-16)$$

图 6.7　变压器外特性曲线

通常在变压器中，由于绕组电阻和漏磁电抗较小，则电压变化率较小，约为 5%左右。

【例 6-1】 某单相变压器的容量为 600V·A，额定电压为 220/36V，变压器向某一负载供电时，二次侧电压为 35V，求变压器的变比及此时的电压调整率。

【解】 变压器的变比为

$$K=\frac{U_{1N}}{U_{2N}}=\frac{220}{36}=6.1$$

变压器的电压调整率为

$$\Delta U\%=\frac{U_{20}-U_2}{U_{20}}\times 100\%=\frac{36-35}{36}\times 100\%=2.8\%$$

2. 电流变换

由于变压器工作时，一次侧电压 U_1 基本不随负载变化，根据式(6-10)、式(6-13)可知，变压器铁心中的主磁通 Φ_m 也不随负载变化，根据磁路欧姆定律可知，变压器空载和有载时磁路中的磁通势应保持基本不变，即

$$N_1\dot{I}_1+N_2\dot{I}_2=N_1\dot{I}_0 \qquad (6-17)$$

由于变压器铁心磁导率很高，所以空载电流 i_0 很小，因此变压器有载时，空载电流常常可以忽略。于是式(6-17)可以写成

$$N_1\dot{I}_1+N_2\dot{I}_2=0 \qquad (6-18)$$

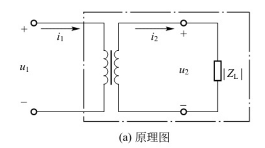
由式(6-18)可以得到，流过变压器一、二次绕组的电流关系为

$$\frac{I_1}{I_2}\approx\frac{N_2}{N_1}=\frac{1}{K} \qquad (6-19)$$

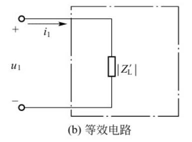
3. 阻抗变换

变压器还有阻抗变换的作用，特别是在电子电路中，为了实现负载阻抗与电源(通常是信号源)的匹配，通常对负载进行阻抗变换。

如图 6.8 所示，负载 Z_L 经变压器接在电源 u_1 上，这样虚框内的阻抗模 $|Z_L|$ 可以等效为阻抗模 $|Z_L'|$。



(a) 原理图



(b) 等效电路

图 6.8　负载阻抗的等效变换

根据式(6－15)和式(6－19)可得

$$|Z'_L|=\frac{U_1}{I_1}=\frac{KU_2}{I_2/K}=K^2\frac{U_2}{I_2}=K^2|Z_L| \qquad (6-20)$$

可见，采用不同变比的变压器可以将负载阻抗 Z_L 转换为合适的值，以实现与电源的匹配。

【例 6－2】　已知某交流电源的电动势为 220V，内电阻 $R_0=1\,000\Omega$，连接负载电阻为 10Ω，为使负载获得最大的电功率，需通过一单相变压器进行阻抗变换。若一次绕组的匝数为 800，则二次绕组的匝数为多少？并求此时负载吸收的功率。

【解】　根据阻抗变换公式

$$R'_L=K^2R_L=\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2R_L$$

负载获得最大功率时，$R'_L=R_0$，于是求得

$$N_2=N_1\sqrt{\frac{R_L}{R'_L}}=800\sqrt{\frac{10}{1\,000}}=80\text{ 匝}$$

负载吸收的功率

$$P=I^2\times R'_L=\left(\frac{E}{R_0+R'_L}\right)^2R'_L=\left(\frac{220}{1\,000+1\,000}\right)^2\times1\,000=12.1\text{W}$$

6.2.3　变压器的功率损耗及效率

变压器的功率损耗主要包括铜损耗 ΔP_{Cu} 和铁损耗 ΔP_{Fe}。

铜损耗由一、二次侧的电阻产生，即

$$\Delta P_{Cu}=I_1^2R_1+I_2^2R_2 \qquad (6-21)$$

它与负载电流的平方成正比，又称可变损耗。

铁损耗又包括涡流损耗和磁滞损耗，即

$$\Delta P_{Fe}=\Delta P_e+\Delta P_h \qquad (6-22)$$

它与铁心材料、电源电压 U_1 和电源频率有关，而与负载大小无关，又称不变损耗。

由涡流产生的损耗称涡流损耗 ΔP_e。涡流损耗是由铁心中的交变磁通感应产生的，它在垂直于磁通方向的平面产生环流。涡流损耗会引起铁心发热。通常为减小涡流损耗，变压器铁心都由彼此绝缘的硅钢片叠装而成，这样可以将涡流限制在较小的叠面内。

由磁滞产生的损耗称磁滞损耗 ΔP_h。磁滞损耗与磁滞回线的面积呈正比，还与电源频率呈正比。磁滞损耗也会引起铁心发热，要减小磁滞损耗可以选择磁滞回线较窄的软磁材料制造铁心，硅钢即是软磁材料，常用作变压器、电机和继电器的铁心。

变压器的效率 η 等于变压器输出有功功率 P_2 和输入有功功率 P_1 的比值，即

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}\times100\%=\frac{P_2}{P_2+P_{Fe}+P_{Cu}}\times100\% \tag{6-23}$$

变压器的效率通常较高，大型变压器的效率通常在99%以上，由于电力变压器并不总是工作在满载的情况下，通常电力变压器为电阻性且为额定负载50%时效率最高。

【例6-3】 有一单相变压器接电阻性负载，空载损耗为50W，满载时输出功率为4 000W，损耗为210W，试求满载和半载时的效率？

【解】 满载时的效率

$$\eta_1=\frac{P_2}{P_2+P_{Fe}+P_{Cu}}\times100\%=\frac{4\ 000}{4\ 000+210}\times100\%=95\%$$

空载损耗即为铁损耗，等于50W，可知满载时铜损耗为

$$P_{Cu}=210W-50W=160W$$

半载时的效率

$$\eta_{1/2}=\frac{4\ 000\times\frac{1}{2}}{4\ 000\times\frac{1}{2}+50+160\times\left(\frac{1}{2}\right)^2}\times100\%=95.7\%$$

6.3 变压器绕组的同名端

在使用变压器或其他互感线圈时，为实现线圈的正确连接，必须明确互感线圈的同名端。本节将讨论互感线圈的同名端及其正确连接问题。

6.3.1 变压器绕组的极性

变压器主磁通Φ在绕组中产生的感应电动势是交变的，本身没有固定的极性。这里讲的极性，是指变压器一、二次绕组的相对极性，即在某一瞬间当一次绕组的某一端电位为正极性时，二次绕组也必然同时有一个电位为正极性的对应端。这两个对应端就称为同极性端，或者称为同名端，通常用符号“*”或“·”标注。

对于已知绕向的两个绕组，可以从它们任意两端通入电流，根据右手螺旋定则判别，若电流在铁心中产生的磁场方向一致，则这两个端子为同名端。否则不是同名端，或称异名端。如图6.9所示端子①和④为同名端。

对于已经制成的变压器，无法从外观上看出绕组绕向。此时若变压器上无标志或标志不清就应该通过实验方法确定其同名端。实验方法有交流法和直流法两种，现将交流法简述如下。

若需判断如图6.10所示的两绕组Ⅰ和Ⅱ的同名端，可以把任意两端例如②和④连在

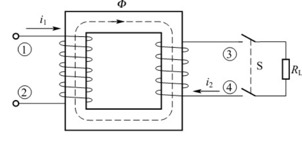


图6.9 绕组的同名端

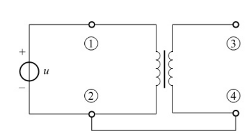


图6.10 同名端的判断

一起，然后在其一个绕组(如Ⅰ绕组)的两端加上一个较低的交流电压 u，再用交流电压表测量①与②端、①与③端、③与④端间的电压有效值 U_{12}、U_{13}、U_{34}。如果测量结果是 $U_{13}=U_{12}-U_{34}$，则①和③端是同名端；如果是 $U_{13}=U_{12}+U_{34}$，则①和③端就是异名端。

6.3.2 多绕组变压器

含有3个及以上绕组的变压器称为多绕组变压器，例如变电站利用高、中压绕组实现500kV和220kV电力网络的功率交换，并通过35kV的低压绕组进行无功补偿及供电。电子电路中也利用多绕组变压器将220V交流电，变成多个电压等级并整流以后给电路供电。

下面以三绕组变压器为例说明各绕组的电压与电流之间的关系，三绕组变压器的原理图如图6.11所示。

各绕组间的电压关系为

$$\left.\begin{aligned}\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}=K_{12}\\ \frac{U_2}{U_3}=\frac{N_2}{N_3}=K_{23}\\ \frac{U_3}{U_1}=\frac{N_3}{N_1}=K_{31}\end{aligned}\right\} \tag{6-24}$$

各绕组间的电流关系为

$$N_1\dot{I}_1+N_2\dot{I}_2+N_3\dot{I}_3=N_0\dot{I}_0 \tag{6-25}$$

通常空载电流可以忽略不计，则式(6-25)可以写成

$$N_1\dot{I}_1+N_2\dot{I}_2+N_3\dot{I}_3=0 \tag{6-26}$$

有时单相变压器具有两个相同的一次绕组和几个二次绕组，以适应不同的输入电压或输出不同的电压，这时变压器应正确连接，防止烧坏。

如图6.12所示的多绕组变压器同名端已标志出，两个一次绕组的匝数均为 N_1 匝，其额定电压为110V。若接入110V的电源，则可以将任意一个一次绕组接电源，或者将两个一次绕组并联。并联时两绕组的同名端应接在一起，即①和③端相连接，②和④端相连接。若接入220V的电源，则应将两个一次绕组串联。串联时两绕组的异名端应接在一起，即②和③端相连接，①和④端接电源，或者①和④端相连接，②和③端接电源。

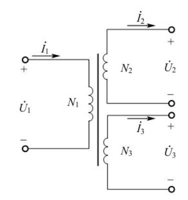


图6.11 三绕组变压器原理图

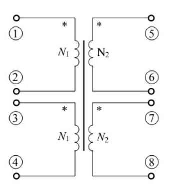


图6.12 多绕组变压器

二次绕组匝数均为 N_2 匝，若⑥和⑦端相串联，则⑤和⑧端输出电压为 $2U_{2N}$，若⑤和⑦端相连，⑥和⑧端相连，则并联输出电压为 U_{2N}。



特别提示

变压器两绕组并联连接时，两绕组的匝数必须相同且同名端不能接反，否则会烧坏变压器。

6.4 特殊变压器

变压器的用途十分广泛，下面简单介绍几种具有特殊用途的变压器。

6.4.1 自耦变压器

自耦变压器是一种常用的实验室设备。由于它所输出的电压数值可以根据需要连续均匀地调节，使用起来非常方便。

自耦变压器的结构特点是它只有一个绕组，在绕组的中间处有一个抽头，如图 6.13 所示。

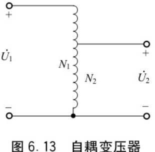


图 6.13 自耦变压器原理图

可见，自耦变压器与普通变压器的区别在于，普通变压器有两个绕组，而自耦变压器只有一个绕组。因此，其一、二次侧不仅有磁的联系，而且有电的联系。

自耦变压器的工作原理和作用与双绕组变压器相同，双绕组变压器的电压、电流和阻抗变换的关系均适用于自耦变压器。

与同容量双绕组变压器相比较，自耦变压器具有用料省，体积小，成本低，输出电压连续可调等优点，故应用广泛。

它的缺点在于一、二次绕组的电路直接连在一起，高压绕组一侧的电气故障会波及低压绕组一侧，这是很不安全的。因此，在使用自耦变压器时必须正确接线，且外壳必须接地。并规定安全照明变压器不允许采用自耦变压器的结构形式。



特别提示

- 不可以把电源接到可调输出端，否则会烧坏变压器。
- 公共端应接电源零线，另一个输入端接电源相线，不可反接，否则操作人员易触电。

6.4.2 仪用互感器

仪用互感器又分为电压互感器与电流互感器两类。仪用互感器与测量仪表配合使用可以扩大仪表量程。同时互感器还可以将仪表与高压电路隔离，保护人员和仪表安全。

为了保证运行安全，互感器的铁心及二次侧绕组的一端必须接地。这样，当互感器绕组的绝缘损坏时，不会危及工作人员。

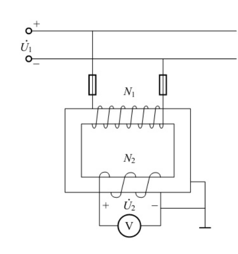


图 6.14　电压互感器

1. 电压互感器

电压互感器如同一台单相双绕组变压器，如图 6.14 所示，其一次高压绕组匝数多，与被测的高压交流电并联；二次侧匝数少，可并连接入各种仪表及继电器的电压线圈，例如二次侧可并联接入电压表。

根据变压器电压变换公式

$$U_1=\frac{N_1}{N_2}U_2=K_uU_2$$

可见，利用电压互感器可以用低量程的电压表测量高电压，通常电压互感器的二次侧电压额定值设计为标准值 100V 或 50V。上式中 K_u 为电压互感器变换系数。


特别提示

● 电压互感器二次侧不允许短路。由于电压互感器正常运行时接近空载，如二次侧短路，电流会很大，进而烧坏设备。

● 二次侧必须接地。

2. 电流互感器

如图 6.15 所示，电流互感器一次绕组匝数只有一匝或几匝，与被测的电流电路串联；二次侧匝数多，与电流表组成闭合回路。

根据变压器电流变换公式

$$I_1=\frac{N_2}{N_1}I_2=K_iI_2$$

可见，利用电流互感器可以用低量程的电流表测量大电流，通常电流互感器的二次侧电流额定值设计为标准值 5A 或 1A。式中 K_i 为电流互感器变换系数。

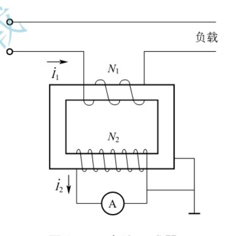


图 6.15　电流互感器


特别提示

● 电流互感器二次侧不允许开路。由于电流互感器二次侧匝数很多，如二次侧开路，二次绕组将会感应出很高的电压，将会危及工作人员及设备安全。

● 电流互感器二次侧必须接地。

6.5　变压器应用实例

变压器在生产中的应用非常广泛，下面介绍变压器在电力系统及电子电路中的 2 个应

用实例。

6.5.1 变压器在电力系统中的应用

如图 6.16 所示为电力系统的一部分，发电机发出的电能经过升压变压器送入输电线路，输电线路将电能送到各地区变电所，电能在地区变电所降压后经配电线路送到地方变电所，然后再进一步降压供给负载使用。



图 6.16 变压器在电力系统中的应用

系统中升压变压器的作用是升高电压，降低线路中的电流，从而减小线路损耗。降压变压器则把高电压降低，以满足负载对电压的要求。可见在电力系统中，变压器起到了电压变换和电流变换的作用。

6.5.2 变压器在电子电路中的应用

图 6.17 所示为 YL－1 音频电疗仪的部分电路，图 6.17(a)中所示变压器 T_{r1} 为输入变压器，T_{r2} 实现阻抗变换的作用，使每个管的等效负载电阻为 $R_L'=K^2R_L$(其中 $K=N_1/N_2$ 为变压器的匝数比)，通过改变匝数比，可以达到最大功率输出。

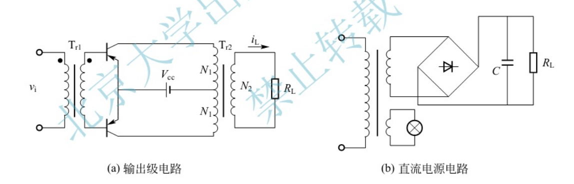


图 6.17 电疗仪部分电路

图 6.17(b)中所示变压器将工频交流电源电压降低，一路供电源指示灯用，另一路经整流、滤波及稳压环节作为电疗仪的直流电源用。

小 结

本章将主要介绍了磁路与变压器的基本概念。利用安培环路定律推导出磁路欧姆定律，分析了变压器的构造、原理，并对变压器的实际应用进行了介绍。

1. 磁场与磁路

磁感应强度 B 与磁场强度 H 之间的关系为

$$\mu=\frac{B}{H}$$

磁性物质具有高导磁性、磁饱合性和磁滞性。

磁路欧姆定律反应了磁通、磁通势和磁阻之间的关系，即

$$\Phi=\frac{F}{R_{\mathrm{m}}}$$

2. 变压器的构造、工作原理、功率损耗及效率

变压器的构造：变压器最基本的部分包括铁心和绕组，其中绕组又分一次绕组和二次绕组。铁心构成变压器的磁路，绕组构成变压器的电路。

工作原理：变压器具有电压变换 $U_1/U_2=N_1/N_2=K$、电流变换 $I_1/I_2=N_2/N_1=1/K$ 和阻抗变换 $Z_1=K^2Z_2$ 的作用。

变压器的损耗与效率：变压器的损耗主要包括铜损耗和铁损耗。铜损耗与负载电流的平方成正比，又称可变损耗；铁损耗与电源电压、频率及铁心材料有关，与电流大小无关，又称不变损耗，它包括涡流损耗和磁滞损耗。变压器的效率是输出有功与输入有功的比值，通常用百分数表示，即

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}\times 100\%$$

3. 变压器绕组的极性

变压器绕组的同名端是由绕组的绕线方式决定的，若已知绕组的绕线方式时，则可以用右手螺旋定则判断同名端。若从外部不能看出绕组的绕线方式时，可以通过实验方式测出同名端。

两个绕组进行串并联时，要特别注意绕组极性，防止变压器烧坏。

4. 特殊变压器

自耦变压器只有一个绕组，在绕组的中间处有一个抽头，其一、二次侧不仅有磁的联系，而且有电的联系。

电压互感器一次高压绕组匝数多，与被测的交流高压电并联；二次侧匝数少，与电压表组成闭合回路，其一、二次侧电压关系为

$$U_1=\frac{N_1}{N_2}U_2=K_uU_2$$

电流互感器一次绕组匝数只有一匝或几匝，与被测的电流电路串联；二次侧匝数多，与电流表组成闭合回路，其一、二次侧电流关系为

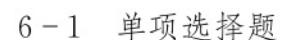
$$I_1=\frac{N_2}{N_1}I_2=K_iI_2$$



特高压输电

应用交流电最大的好处是变压容易，电压等级越高，电能输送容量越大，输送距离越远。目前输电线路最高电压等级为 1 000kV，我国首条 1 000kV 特高压输电线路自晋东南，过南阳到荆门，其变压器容量为 1 000MV·A，将我国电能输送能力从 1 000km(500kV 线路)延伸到现在的 2 000km 以上。

习　题



6-1　单项选择题

(1) 变压器具有变换(　　)功能。

A. 相位　　B. 频率

C. 阻抗　　D. 输出功率

(2) 直流励磁磁路，将磁路气隙增大而其他不变时，励磁电流应(　　)。

A. 增大　　B. 减小

C. 不变　　D. A、B、C 都可能

(3) 变压器铁心采用硅钢片叠成是为了(　　)。

A. 减轻重量　　B. 减少铁心损耗

C. 减小尺寸　　D. 拆装方便

(4) 电流互感器二次绕组匝数比一次绕组匝数(　　)，流过的电流(　　)。

A. 少—大　　B. 少—小

C. 多—大　　D. 多—小

(5) 电流互感器的二次绕组不允许开路，其原因是(　　)。

A. 二次绕组会产生高电压　　B. 铁心损耗会增大

C. 不能测电流值　　D. A 和 B 两种原因

(6) 关于理想变压器一次绕组与二次绕组之间关系，下列错误的是(　　)。

A. $\frac{I_1}{I_2}=\frac{N_2}{N_1}=\frac{1}{K}$　　B. $\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}=K$

C. $\frac{|Z_1|}{|Z_L|}=\frac{N_1}{N_2}=K$　　D. $\frac{|Z_1|}{|Z_L|}=\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2=K^2$

(7) 一理想变压器一次绕组接交流电源，二次绕组接电阻，则可使输入功率增加为原来的 2 倍的是(　　)。

A. 二次绕组的匝数增加为原来的 2 倍

B. 一次绕组的匝数增加为原来的 2 倍

C. 负载电阻变为原来的 2 倍

D. 二次绕组匝数和负载电阻均变为原来的 2 倍

(8) 用一理想变压器向一负载 R 供电，当增大负载电阻 R 时，原绕组中电流 I_1 和二次绕组中电流 I_2 之间的关系是(　　)。

A. I_2 增大，I_1 也增大　　B. I_2 增大，I_1 减小

C. I_2 减小，I_1 也减小　　D. I_2 减小，I_1 增大

6-2　判断题(正确的请在每小题后的圆括号内打“√”，错误的打“×”)

(1) 变压器也可以改变恒定的电压。(　　)

(2) 变压器的铁损耗是不变损耗，即使电压的电压和频率改变铁损耗也不变。(　　)

(3) 电压互感器与电流互感器二次侧必须接地。(　　)

(4) 变压器的一次绕组相对电源而言起负载作用，而二次绕组相对负载而言起电源



作用。 (　　)

(5) 变压器无论带什么性质的负载，只要负载电流增大，其输出电压就降低。(　　)

6-3　有一单相照明变压器，其容量为10kV·A，电压为10 000/220V，今欲在二次侧接上“60W，220V”的白炽灯，若要求变压器在额定情况下运行，则这种电灯可接多少个？并求一、二次绕组的额定电流。

6-4　一台单相变压器的一次侧电压$U_1=380$V，二次侧电流$I_2=21$A，变压比$K=10$，试求一次侧电流和二次侧电压。

6-5　已知某正弦交流电源的内电阻为800Ω，有一负载电阻为8Ω，今欲使负载从电源吸收的功率最大，则应在电源与负载间接入一理想变压器，试求该变压器的变比？

6-6　一单相变压器，额定容量为$S_N=40$kV·A，额定电压为10 000/230V。试求

(1) 变压器的变比K。

(2) 高低压绕组的额定电流I_{1N}和I_{2N}。

(3) 该变压器在额定状态下工作时，$U_2=220$V。试求此时的电压调整率。

6-7　用钳形电流表测量三相四线制接线的电流，已知负载对称，当钳入1根相线时，电流表读数为5A，试问当钳入1根零线、2根相线、3根相线及全部4根线时，电流表的读数分别为多少？

6-8　已知三相变压器的额定容量为$S_N=40$kV·A，变压器的铁损为600W，满载时的铜损为1 600W。求

(1) 在满载情况下，向功率因数为0.85的负载供电时的效率。

(2) 在半载情况下，向功率因数为0.85的负载供电时的效率。

6-9　如图6.18所示的变压器有2个一次绕组，每个绕组的额定电压是110V，匝数是220匝。它有一个二次绕组，匝数是11匝。

(1) 试标出2个一次绕组的同名端。

(2) 当电源电压为220V时，试画出2个一次绕组的正确连线图，并计算二次绕组端电压。

(3) 当电源电压为110V时，试画出2个一次绕组的正确连线图，并计算二次绕组端电压。

6-10　试在图6.19中标出变压器二次绕组B和C的同极性端。已知绕组B和C的额定电压均为110V，额定电流均为10A，现要求二次绕组B和C对额定电压为110V，额定电流为20A的负载电阻R_L供电，试绘出接线图。

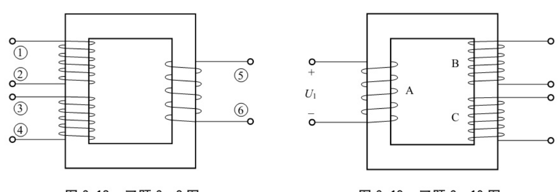


图6.18　习题6-9图　　图6.19　习题6-10图

